

**EVALUACIÓN DEL INCREMENTO DE RADIACIÓN CAPTADA POR UN  
SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ, D.C.**

**CARLOS AUGUSTO BERMÚDEZ FIGUEROA**

**UNIVERSIDAD LIBRE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CON ÉNFASIS EN ENERGÍAS ALTERNATIVAS  
BOGOTÁ D.C.  
2017**

**EVALUACIÓN DEL INCREMENTO DE RADIACIÓN CAPTADA POR UN  
SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V PARA LA CIUDAD DE BOGOTÁ, D.C.**

**CARLOS AUGUSTO BERMÚDEZ FIGUEROA**

**Trabajo de grado para optar al grado de Magister en Ingeniería  
(Énfasis en Energías Alternativas)**

**Director: Phd. Ing. Camilo Arias Henao**

**UNIVERSIDAD LIBRE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA CON ÉNFASIS EN ENERGÍAS ALTERNATIVAS  
BOGOTÁ D.C.  
2017**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

**Firma del presidente del jurado**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

**Bogotá, D.C., 2017**

## RESUMEN

El objetivo principal de la investigación fue desarrollar un modelo matemático para aplicarlo al diseño y simulación de situaciones reales de sistemas de concentración solar, que contribuya a incrementar la captación de radiación solar por medio de la reflexión, en una superficie plana acoplada a un sistema de concentración en V (superficies de espejos inclinados) en la ciudad de Bogotá, D.C.

Una forma de incrementar la radiación solar captada por un panel solar plano, es incrementando las áreas de incidencia del rayo solar del panel, maximizando de esta forma la fracción de radiación captada por medio de la reflexión, para tal fin se desarrolló el sistema de concentración en V, que consiste en adicionar superficies de espejos con un ángulo de inclinación y una altura en el área total de la superficie plana.

En esta investigación se desarrolló en la primera fase un prototipo de un sistema de concentración en V (espejos) acondicionado a una superficie plana, con el fin de recopilar datos primarios experimentales y posteriormente se desarrolló un cálculo teórico, información necesaria para el desarrollo del modelo matemático que se adapte a situaciones de concentración solar. Con base en el estudio experimental del sistema se identificaron; las áreas reflejadas, áreas de sombras, y áreas de radiación normal que intervienen en el comportamiento cotidiano de un panel solar plano (superficie plana) en la ciudad de Bogotá, con la adición del sistema de concentración en V (espejos) cuyo propósito fue el de aumentar las áreas de incidencia de radiación solar que posteriormente son reflejadas sobre la superficie plana y así contribuir al aumento de la captación de radiación solar sobre un panel solar.

Posteriormente se desarrolló un estudio teórico. Cálculos manuales transitorios del sistema en condiciones normales (panel solar) y el recalcu de las superficies inclinadas reflectivas (espejos) para la ciudad de Bogotá D.C., con el objetivo de obtener la radiación solar global promedio diario y anual del sistema, con base a la información y métodos matemáticos suministrados por entidades gubernamentales como el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales IDEAM, y la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME).

A continuación se realizó el estudio experimental, que consistió en exponer el prototipo a la radiación solar dirección sur y realizar la toma de muestras con la toma de fotos y observación de las áreas reflejadas sobre la superficie plana del sistema, las muestras se tomaron hora a hora desde las 7:00 a.m. hasta las 6:00p.m. (salida y puesta del sol) en días totalmente soleados (sin nubes) en la ciudad de Bogotá, por tal razón para el desarrollo de la investigación se asumió una radiación directa, seguidamente se fue variando los ángulos de inclinación de las superficies reflectivas (espejos) del sistema con respecto a los ángulos de incidencia del rayo solar para observar el comportamiento de las áreas reflejadas sobre la superficie plana, se identificaron las áreas que se formaron sobre la superficie por medio de diagramas y cálculos geométricos, dichas áreas son: áreas de sombras; consideradas como pérdidas de captación solar para el sistema, áreas de radiación normal que son las áreas donde los rayos solares no inciden sobre las superficies reflectivas por lo tanto no presenta reflexión sobre la superficie plana y las áreas de reflexión; que son las reflejadas por las superficies reflectivas que por tratarse de espejos se refleja casi el 100% sobre la superficie plana, presentado mayor concentración solar por consiguiente aumenta la captación de radiación solar y son estas las de interés para obtener los resultados esperados.

Para la culminación de la investigación se desarrolló un modelo matemático que logró la mejor combinación, de los parámetros que conforman el sistema de concentración en V.

Palabras claves: radiación solar, reflexión, ángulo de incidencia, modelo matemático.

## TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	12
2.	DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....	13
3.	JUSTIFICACIÓN .....	14
4.	OBJETIVOS .....	16
4.1	OBJETIVO GENERAL.....	16
4.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
5.	MARCO REFERENCIAL .....	17
5.1	ANTECEDENTES .....	17
5.2	MARCO LEGAL Y NORMATIVO .....	22
5.3	MARCO CONCEPTUAL .....	24
5.3.1	Reflexión .....	25
5.3.2	Albedo o reflectancia solar (r) .....	25
5.4	GEOMETRÍA SOLAR .....	26
5.4.1	Declinación Solar.....	28
5.4.2	Coordenadas celestes horizontales .....	31
5.4.3	Coordenadas celestes ecuatoriales .....	32
5.4.4	Coordenadas horarias .....	33
5.4.5	Coordenadas relativas.....	34
5.4.6	Medida del tiempo solar.....	36
5.5	RADIACIÓN SOLAR SOBRE UNA SUPERFICIE HORIZONTAL .....	38
5.5.1	Distribución de días y horas claros y nublados .....	38
5.5.2	Radiación solar extraterrestre $H_0(n)$ .....	39
5.5.3	Componentes de la radiación difusa y directa diaria.....	40
5.5.4	Estimación de la radiación global en superficies inclinadas .....	41
5.6	MODELOS MATEMÁTICOS.....	43
5.6.1	Modelo estadístico de regresión lineal.....	44

5.6.2	Modelo determinístico de programación lineal .....	45
6.	MARCO METODOLÓGICO .....	47
7.	RESULTADOS Y ANÁLISIS .....	69
7.1	DESARROLLO DEL ESTUDIO COMPUTACIONAL EN ESTADO ESTACIONARIO DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V.....	69
7.2	ESTUDIO EXPERIMENTAL, PARA LA TOMA DE DATOS DEL SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V.....	71
7.3	DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO QUE ESTABLEZCA EL COMPORTAMIENTO DEL PANEL SOLAR ACOPLADO AL SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V.....	74
8.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	93
BIBLIOGRAFÍA		



## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Resultados ángulo de inclinación de la superficie ( $\beta$ ) y azimuth ( $\gamma$ ) para cada superficie. ....	49
Tabla 2. Resultados del promedio de radiación diaria de las superficies. ....	69
Tabla 3. Radiación solar global del sistema. ....	73
Tabla 4. Resultados de cálculos teórico y experimental.....	75
Tabla 5. Calculo de senos y cosenos de cada uno de los ángulos. ....	75
Tabla 6. Áreas de reflexión de las superficies. ....	76
Tabla 7. Resultados correlación.....	77
Tabla 8. Resultados determinación.....	77
Tabla 9. Resumen regresión lineal del modelo .....	80
Tabla 10. Resumen modelos asociados a los datos experimentales. ....	81
Tabla 11. Resumen modelos asociados a los datos teóricos. ....	82
Tabla 12. Aporte promedio para cada superficie.....	83
Tabla 13. Aplicación del modelo obtenido para el prototipo .....	90
Tabla 14. Aplicación del modelo obtenido para paneles con áreas diferentes. ....	91

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Reflexión.....	25
Figura 2. Movimiento de la tierra alrededor del sol.....	26
Figura 3. Ángulo de declinación es el causante de las estaciones en el hemisferio norte y sur.....	29
Figura 4(a). Variación anual de la declinación del sol. ....	30
Figura 4(b). Variación anual de la declinación del sol .....	30
Figura 5. Coordenadas Celestes horizontales. ....	31
Figura 6. Sistema de coordenadas celestes ecuatoriales. ....	32
Figura 7. Esquema de coordenadas de posición solar.....	35
Figura 8. Variación en minutos anual de la ecuación del tiempo. ....	37
Figura 9. Determinación de Ángulo de inclinación de la superficie ( $\beta$ ) y Azimut ( $\gamma$ ) .....	48
Figura 10. Resultados teóricos de la radicación global. ....	55
Figura 11. Prototipo del sistema de concentración .....	56
Figura 12. Dimensiones del sistema de concentración .....	56
Figura 13. Puntos máximos y mínimos de incidencia de los rayos solares. ....	57
Figura 14. Distribución diaria de la radiación solar en un día sin nubes. ....	58
Figura 15. Fotos experimentales y diagramas para las superficies reflectivas con inclinación $30^\circ$ .....	60
Figura 16. Diagrama y cálculo de las áreas identificadas con inclinación $30^\circ$ .....	63
Figura 17. Piranometro .....	66
Figura 18. Multímetro digital .....	66
Figura 19. Panel solar.....	67
Figura 20. Montaje de radiación global panel solar sin y con sistema de concentración en V. ....	67
Figura 21. Medida de radiación panel solar – sistema de concentración .....	73
Figura 22. Sistema de variables.....	85

## **LISTA DE ANEXOS**

- Anexo A. Mapas radiación solar de Colombia.
- Anexo B. Matriz cálculos de radiación global.
- Anexo C. Fotos experimentales.
- Anexo D. Determinación de áreas efectivas.
- Anexo E. Cálculos del sistema de concentración.

## 1. INTRODUCCIÓN

La presente investigación se refiere al desarrollo de nuevas aplicaciones en el área de concentración solar, con el desarrollo de un modelo matemático que sirva para estimar los efectos del diseño en aplicaciones de sistemas de concentración, con el propósito de contribuir a mejorar la captación de radiación solar sobre un panel solar fotovoltaico para la generación de energía eléctrica en la ciudad de Bogotá.

Se plantea como objetivo general, desarrollar un modelo matemático que se pueda aplicar al diseño y simulación de situaciones reales ajustado a las condiciones cotidianas de un panel solar fotovoltaico ubicado en la ciudad de Bogotá, acoplado a un sistema de concentración en V, con el propósito de estimar la captación de radiación solar sobre la superficie (plana) del panel solar, por medio de la reflexión emitida por las superficies reflectivas inclinadas (espejos).

En la búsqueda de fuentes de energías limpias que no sean perjudiciales al medio ambiente y no contaminen, la radiación solar se proyecta como una alternativa de solución dada su disponibilidad y abundancia, hacen de este tipo de fuente energética una fuente potencial viable para la obtención de energía eléctrica, ya que el consumo a gran escala de este tipo de energía es una necesidad mundial, para suplir las necesidades básicas de vida del ser humano y en aras de reducir las áreas de construcción de plantas solares, bajar costes en la inversión y mejorar la calidad de vida de las futuras generaciones, por tal razón se expone un modelo matemático ajustado a la construcción de un sistema de concentración.

## **2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

Los altos costes en la inversión inicial para la adquisición de paneles solares fotovoltaicos, equipos y la construcción de plantas solares que requieren de grandes extensiones de terrenos para generar energía eléctrica aprovechable, dificultan el uso y aprovechamiento a gran escala de esta fuente energética y atrasan el desarrollo y generación de éstas tecnologías.

Esta tecnología tiene gran potencial como fuente de generación de energía eléctrica y para reducir el consumo de las fuentes tradicionales de generación de energía como los combustibles fósiles, que afectan negativamente al medio ambiente del planeta.

Para evaluar esta alternativa energética y que esté a nuestro alcance es necesario contribuir y profundizar las investigaciones en este campo; con el diseño de sistemas de concentración, desarrollo de modelos energéticos, mejoras de los paneles fotovoltaicos existentes en el mercado y la construcción de plantas solares.

Con este trabajo se busca incrementar la captación de la energía solar mediante un sistema de concentración en V, que consiste en incrementar las áreas de incidencia solar por medio de la reflexión.

### **3. JUSTIFICACIÓN**

Ante este panorama es necesario dar el primer paso, para generar sistemas y tecnologías que aporten al aumento de la radiación captada en un panel fotovoltaico, con el propósito de aprovechar e incrementar el uso de esta fuente energética para la generación de energía eléctrica de consumo doméstico.

En la búsqueda de fuentes de energías limpias, la radiación solar se proyecta como una alternativa, su disponibilidad, abundancia y bajo costo, hacen de este tipo de fuente energética viable para la obtención de energía eléctrica, ya que el consumo a gran escala de este tipo de energía podrá crecer exponencialmente al igual que la población humana, por consiguiente siempre aumentará la necesidad del ser humano por utilizar energía proveniente de alguna fuente energética para su supervivencia y suplir sus necesidades básicas diarias.

Las energías limpias de bajo costo se consideran como una fuente inagotable por lo menos mientras que el ser humano exista. Incrementar la participación de las energías renovables reduciría la emisión de CO<sub>2</sub>.

En los últimos años, una de las energías renovables que más desarrollo está experimentando mundialmente es la energía solar con cualidades importantes como son: no contamina, ya que no produce ninguna emisión de carbono y no genera subproductos tóxicos, a diferencia de la quema o combustión de combustibles fósiles como el petróleo, gas, carbón entre otros causantes del cambio climático presente actualmente como el calentamiento global causado por el efecto invernadero, además estas fuentes energéticas existen en cantidades limitadas.

La energía del sol es inagotable su uso es de bajo costo a largo plazo, aunque el coste inicial de la instalación es costoso, la energía solar en la mayoría de los casos se paga por sí misma en un periodo corto de tiempo.

Adicionalmente, el costo de la energía se fija en la inversión inicial, a diferencia de las fuentes de energía tradicionales que funcionan con combustibles fósiles, los cuales requieren un pago constante.

Por estas características el uso de la radiación solar y su concentración como fuente para la producción de energía eléctrica o de otro tipo, es una alternativa respecto a: contaminación, disminución de costos, evitar la dependencia de las fuentes tradicionales y minimizar la escases de las fuentes de energías fósiles cada vez más evidente en nuestro planeta.

Con el desarrollo de esta investigación se busca un aumento en el aprovechamiento de la energía irradiada por el sol en la ciudad de Bogotá, la cual tienen un promedio de radiación anual de 3,0 a 4,0 kWh/m<sup>2</sup>,<sup>1</sup>. Con la adición del sistema de concentración en V, se espera aumentar la captación de radiación solar, debido a la geometría angular del sistema y en consecuencia incrementa la reflexión incidente sobre el panel solar.

---

<sup>1</sup> Colombia, Ministerio de Minas y Energía. Atlas de radiación solar de Colombia. 2005.

## **4. OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar un modelo matemático que se ajuste a las condiciones normales de un panel solar fotovoltaico acoplado a un sistema de concentración en V.

### **4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Realizar un diagnóstico y análisis de la información pertinente para el desarrollo de la investigación.
2. Desarrollar un estudio teórico computacional en estado transitorio del comportamiento del panel solar con y sin el sistema de concentración.
3. Elaborar un prototipo del sistema de concentración.
4. Realizar el estudio experimental, para la toma de datos en condiciones reales del sistema de concentración en V.
5. Desarrollo del modelo matemático que establezca el comportamiento del panel solar al ser acoplado al sistema de concentración en V.



## 5. MARCO REFERENCIAL

### 5.1 ANTECEDENTES

En los últimos años se han producido investigaciones a nivel mundial, encaminadas a mejorar la eficiencia y reducción de costos de diseño e instalación para la producción de energía solar, a continuación, se relacionan algunos estudios relevantes:

Timinger, et al, (2000)<sup>2</sup> enseña el diseño de concentradores secundarios con formas no regulares que pueden aumentar significativamente la concentración de la radiación en un factor de 2,35 de eficiencia óptica en comparación con sus análogos simétricos.

Rylov, (2003)<sup>3</sup> demuestra la fabricación de concentradores que puedan deformarse elásticamente con reflectores de película fina o de lámina delgada. La concentración de energía solar alcanzable en los receptores hechos por esta tecnología es comparable a la de los actuales colectores utilizados en plantas de energía solar, sin embargo, los colectores nuevos pueden ser mucho más económicos.

Morimoto y Maruyama (2005),<sup>4</sup> proponen un nuevo tipo de concentrador solar estático para que coincida con las características estéticas de ciudades. La eficiencia de recolección para el concentrador propuesto es aproximadamente la

---

<sup>2</sup> Timinger, A. et al, Optimized secondary concentrators for a partitioned central receiver system. *Solar Energy* Vol. 69, No. 2, pp. 153–162, 2000.

<sup>3</sup> Yu. P. Rylov. Elastically Deformed Thin-Walled Solar Energy Concentrators. *Technical Physics*, Vol. 48, No. 11, 2003, pp. 1480–1485. Translated from *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*, Vol. 73, No. 11, 2003, pp. 123–129.

<sup>4</sup> Masato Morimoto y Toshiro Maruyama. Static solar concentrator with vertical flat plate photovoltaic cells and switchable white/transparent bottom plate. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 87 (2005) 299–309.

mitad de la del concentrador convencional de placa plana, y casi igual a la del concentrador con las células solares de silicio esféricas.

Llorente y Vázquez (2009)<sup>5</sup>, en este trabajo se presenta un nuevo sistema de concentración, llamado "Lente de Fresnel de doble reflexión" empleado en los tratamientos térmicos por ejemplo en muestras de acero. Nazmi Sellami, et al. (2012)<sup>6</sup>, busca desarrollar un concentrador solar que sea compacto con una geometría novedosa de un concentrador estático 3-D, llamado Square Elliptical Hyperboloid (SEH). Tiene una eficiencia constante óptica de 40% para un ángulo de aceptación igual a 120°. Permite la captura de los rayos del sol durante todo el día, de la luz directa y difusa por lo que es muy adecuado para los países del norte de Europa.

En cuanto a estudios e investigaciones desarrollados de sistemas de concentración en V, con el objetivo de mejorar la eficiencia de los paneles tradicionales, se referencia los siguientes:

Bione et al (2004)<sup>7</sup> comparó el rendimiento de un sistema de bombeo de agua con paneles fotovoltaicos fijos con un sistema de seguimiento de concentrador en V, concluye que el sistema produce mayor relación de beneficio en términos del volumen de agua bombeada y reducción de costos.

---

<sup>5</sup> Llorente, J. y Vazquez, A.J. Solar hardening of steels with a new small scale solar concentrator Materials Chemistry and Physics 118 (2009) 86–92.

<sup>6</sup> Nazmi Sellami, et al. Optical characterization of 3-D static solar concentrator. Energy Conversion and Management. Article in press (2012).

<sup>7</sup> Bione J. et al (2004). Comparison of the performance of PV water pumping systems driven by fixed, tracking and V-trough generators. Solar Energy 76 (2004) 703–711.

Sangani y Solanki (2007)<sup>8</sup>, presentan una evaluación de un concentrador de canal-V, el cual aumenta la potencia de salida en un 44% en comparación con el fotovoltaico de placa plana.

Solanki et, al (2008)<sup>9</sup>, diseño un módulo de concentración fotovoltaica de canal-V para disipar mejor el calor, la máxima potencia obtenida es de 44,5 W.

Runsheng y Xinyue (2011)<sup>10</sup> evaluaron mediante un modelo matemático el rendimiento óptico y la optimización de concentradores en V para aplicaciones fotovoltaicas. Los resultados demuestran que la ganancia solar depende del ángulo de apertura y de las condiciones climáticas del sitio.

Chong et al. (2012)<sup>11</sup> estudió un calentador solar de agua con reflector en V para mejorar el rendimiento demostrando que el prototipo alcanza una eficiencia óptica de 70,54% y una temperatura de 85,9°C.

Tina y Scandura (2012)<sup>12</sup> comparan la eficiencia de un concentrador plano y otro con espejos para evaluar el costo de un sistema de baja concentración, obteniendo como resultado que los reflectores de espejos aumentan la producción de potencia del Sistema Concentrating Photovoltaics (CPV).

---

<sup>8</sup> Sangani C.S. y Solanki C.S. (2007) Experimental evaluation of V-trough (2 suns) PV concentrator system using commercial PV modules. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 91 (2007) 453–459.

<sup>9</sup> Solanki C.S. et, al (2008). Enhanced heat dissipation of V-trough PV modules for better performance. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 92 (2008) 1634–1638.

<sup>10</sup> Runsheng Tang y Xinyue Liu. (2011). Optical performance and design optimization of V-trough concentrators for photovoltaic applications. *Solar Energy* 85 (2011) 2154–2166.

<sup>11</sup> Chong K.K. et al. (2012). Study of a solar water heater using stationary V-trough collector. *Renewable Energy* 39 (2012) 207-215.

<sup>12</sup> Tina G. M. y Scandura P.F. (2012). Case study of a grid connected with a battery photovoltaic system: V-trough concentration vs. single-axis tracking. *Energy Conversion and Management* xxx (2012) xxx–xxx.

Hongfei Zheng et al. (2012)<sup>13</sup> mediante pruebas experimentales a través de un concentrador solar para el calentamiento del aire con tres receptores de superficie diferentes, obtuvo como resultado una eficiencia considerable a mayores velocidades de flujo de aire, además se concluyó el sistema sería adecuado para la calefacción de locales y aplicaciones de secado.

Saffa Riffat y Abdulkarim Mayere (2013)<sup>14</sup> evaluaron el desempeño de un concentrador solar en V para aplicaciones de desalación de agua, las pruebas experimentales se llevaron a cabo tanto en interiores y exteriores utilizando diferentes tipos de tubos receptores. Los resultados muestran que el sistema puede tener una eficiencia térmica de hasta 38% en 100°C, además mostraron que el nuevo colector solar en V es la tecnología más prometedora para la desalinización de agua de pequeña a mediana escala con energía solar.

En Colombia las investigaciones y estudios realizados en el campo de aprovechamiento de la radiación solar, están encaminados al desarrollo de proyectos en aplicaciones térmicas para; calentamiento de agua en el sector residencial e industrial y aplicaciones fotovoltaicas para sistemas de comunicaciones y para electrificación rural<sup>15</sup>.

Indudablemente las investigaciones están encaminadas a mejorar los sistemas actuales en cuanto a la reducción de los costes en la inversión inicial, los costos en los materiales y el aumento en la eficiencia de los sistemas. En este sentido los ámbitos de investigación son variados e incluyen:

---

<sup>13</sup> Hongfei Zheng et al. (2012) Experimental test of a novel multi-surface trough solar concentrator for air heating. *Energy Conversion and Management* 63 (2012) 123–129.

<sup>14</sup> Saffa Riffat y Abdulkarim Mayere. (2013). Performance evaluation of v-trough solar concentrator for water desalination applications. *Applied Thermal Engineering* 50 (2013) 234-244.

<sup>15</sup> Consorcio energético Corpoema. Formulación de un plan de desarrollo para las fuentes no convencionales de energía en Colombia (PDFNCE). Bogotá, septiembre 06 de 2010.

- Diseño estructural avanzado de los colectores para mejorar la precisión óptica y aumentar la capacidad de calentamiento.
- Aumento de la longitud de los módulos para reducir las pérdidas térmicas que disminuyen la eficiencia. Esta innovación tecnológica ha sido desarrollada por Solar Millenium AG con la financiación del Ministerio del Medio Ambiente de Alemania. Actualmente, nuevos y aún más eficientes diseños se están experimentando en los Estados Unidos y en Bélgica.
- Mejoras al fluido intercambiador de calor para aumentar la temperatura operativa y generar vapor con una presión más alta.
- La comisión europea está financiando proyectos de investigación que apuntan a eliminar el intercambiador de calor para producir directamente el vapor de alta presión (Direct Solar Steam- DSS). Según los estudios, llevados a cabo en la Plataforma Solar de Almeria, esto aumentaría la eficiencia y, sobre todo, reduciría los costos hasta en un 30%. A este respecto los Estados Unidos han tomado una iniciativa, denominada (Parabolic Trough Technology Roadmap- PTTR), cuyo objetivo es identificar las mejoras potenciales para esta tecnología dado que estima verisímil, y deseable, una reducción del costo mediante el aumento de la eficiencia de un 50%.

Actualmente Universidades a nivel Nacional como la Universidad Nacional de Colombia, la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, la Universidad Libre, la Universidad Javeriana, la Universidad Jorge Tadeo Lozano entre otras, cuentan con grupos de investigación que están aportando a la investigación de energías alternativas, presentando propuestas investigativas con el ánimo de incentivar el uso, la innovación y generación de nuevas tecnologías para el conocimiento, manipulación y aprovechamiento de las energías renovables, a continuación se relacionan algunos estudios:

Cárdenas Sánchez Claudia (2013). Propuesta de enseñanza de la energía solar como fuente de energía alternativa renovable para estudiantes de maestría de la Universidad Nacional de Colombia. Tesis de maestría.

J. Hernandez, E. Sáens, W.A. Vallejo. Estudio del recurso solar en la Ciudad de Bogotá para el diseño de sistemas fotovoltaicos interconectados residenciales. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Revista Colombiana de Física Vol. 42 No. 2 2010.

Mendoza, I. y Piedra D. Validación de modelos de radiación solar directa para la ciudad de Bogotá a partir de datos experimentales. Proyecto de grado. Revista Colombiana de física Vol. 38 p 1435-1438 4p.

En conclusión, no hay un estudio específico como referente en el área de concentradores solares fijos en ese margen de tiempo.

## **5.2 MARCO LEGAL Y NORMATIVO**

El sector de energías no convencionales y uso racional de energía, presenta el siguiente marco normativo:

La Ley 51 de 1989 crea la Comisión Nacional de Energía a la cual le asigna las funciones de planeación energética y en particular, “efectuar, contratar o promover la realización de estudios para establecer la conveniencia económica y social del desarrollo de fuentes y usos energéticos no convencionales y adoptar la política respectiva” y en relación con el subsector de energía eléctrica, “aprobar los

programas de generación eléctrica no convencional” y “coordinar los programas de generación eléctrica en áreas no interconectadas”<sup>16</sup>.

Ley 99 de 1993. Es función del Ministerio del Medio Ambiente dictar las regulaciones ambientales de carácter general para controlar y reducir la contaminación atmosférica en todo el territorio nacional y definir y regular los instrumentos administrativos y los mecanismos necesarios para la prevención y control de los factores de deterioro ambiental.<sup>17</sup>

Ley 629 de 2000. Ratificación de Colombia como signataria del Protocolo de Kyoto sobre cambio climático, permitiéndole así a Colombia hacer uso del Mecanismo de Desarrollo Limpio previsto en dicho Protocolo.<sup>18</sup>

Ley 697 de 2001. Define las Fuentes no Convencionales de Energía, FNCE, como aquellas fuentes de energía disponibles a nivel mundial que son ambientalmente sostenibles, pero que en el país son utilizadas de manera marginal y no se comercializan o no son empleadas ampliamente. Entre las FNCE se consideran la energía solar, eólica, de pequeños aprovechamientos hidráulicos, la biomasa, la geotermia, la energía de los océanos y la nuclear.<sup>19</sup>

Con la Ley 697 de 2001 se declara como un asunto de interés social, público y de conveniencia nacional el URE, y se da un paso importante en la dimensión de

---

<sup>16</sup> Colombia, Congreso de la república. Ley 51 de 1989 (24, octubre, 1989). Por la cual se crea la Comisión Nacional de Energía y se dictan otras disposiciones. Diario oficial. Año CXXVI. N. 39038. 25, OCTUBRE, 1989. Pág. 1.

<sup>17</sup> Colombia, Congreso de la república. Ley 99 de 1993 (22, diciembre, 1993). por la cual se crea el Ministerio del Medio Ambiente, se reordena el Sector Público encargado de la gestión y conservación del medio ambiente y los recursos naturales renovables, se organiza el Sistema Nacional Ambiental, SINA, y se dictan otras disposiciones. Diario oficial. Año CXXIX. N. 41146. 22, DICIEMBRE, 1993. Pág. 1.

<sup>18</sup> Colombia, Congreso de la república. Ley 629 de 2000 (27, diciembre, 2000). por medio de la cual se aprueba el "Protocolo de Kyoto de la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático", hecho en Kyoto el 11 de diciembre de 1997. Diario oficial. Año CXXXVI. N. 44272. 27, DICIEMBRE, 2000. Pág. 85.

<sup>19</sup> Colombia, Congreso de la república. Ley 697 de 2001 (3, octubre, 2001). Mediante la cual se fomenta el uso racional y eficiente de la energía, se promueve la utilización de energías alternativas y se dictan otras disposiciones. Diario oficial. Año CXXXVII. N. 44573. 5, OCTUBRE, 2001. Pág. 1.

política de Estado respecto al URE en general y a las FNCE en particular, avanzando en la definición de un marco conceptual para estas energías, en la reasignación y precisión de funciones y en la exigencia de la conformación de un plan o programa para la promoción del URE.

El Decreto reglamentario 3683 de 2003 creó la Comisión Intersectorial para el Uso Racional y Eficiente de la Energía y Fuentes No Convencionales de Energía, CIURE con la Secretaría Técnica en cabeza de la UPME.<sup>20</sup>

La Ley 1715 de 2014. Regula la integración de las energías renovables no convencionales al sistema energético nacional, tiene por objeto promover el desarrollo y la utilización de las fuentes no convencionales de energía, como medio necesario para el desarrollo económico sostenible, la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero y la seguridad del abastecimiento energético.<sup>21</sup>

### **5.3 MARCO CONCEPTUAL**

El aprovechamiento de la radiación solar, su concentración por medio de sistemas que mejoren la captación en los paneles solares, su aplicación en diseños y construcción, se convierten en el objeto principal de esta investigación, tomando como referente para el desarrollo de la investigación, el aumento de la radiación solar captada por un sistema de concentración en V.

---

<sup>20</sup> Colombia, Ministerio de minas y energía. Decreto 3683 de 2003. (19, diciembre, 2003). Por el cual se reglamenta la Ley 697 de 2001 y se crea una Comisión Intersectorial. Diario oficial. Año CXXXIX. N. 45409, 22 DICIEMBRE 2003. Pág. 27.

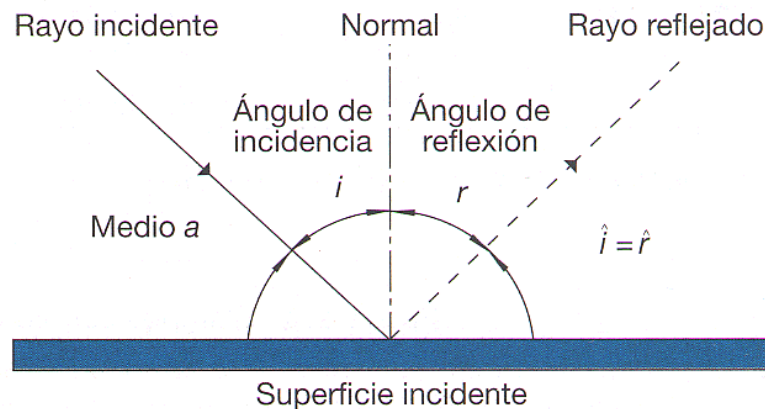
<sup>21</sup> Colombia, Congreso de la república. Ley 1715 de 2014 (13, mayo, 2014). Por medio de la cual se regula la integración de las energías renovables no convencionales al sistema energético nacional. Diario Oficial No. 49.150 de 13 de mayo de 2014. Pág. 1.



### 5.3.1 Reflexión <sup>22</sup>

Según Lekner es el cambio de dirección de una onda electromagnética que, al estar en contacto con la superficie de separación entre dos medios cambiantes, de tal forma que regrese al medio inicial. Si un rayo o un haz de rayos luminosos inciden sobre una superficie especular, se refleja en la misma forma que el ángulo de incidencia y es igual al ángulo de reflexión (ver Figura ). En la reflexión de la luz interviene de manera decisiva la constitución de la superficie reflectante, entre ellas tenemos la reflexión dirigida o especular, producida por superficies completamente lisas y brillantes, como los espejos de vidrio.

Figura 1. Reflexión



Fuente: Hecht, Eugene (1999). Ed. Addison Wesley.

### 5.3.2 Albedo o reflectancia solar (r)

Mide la capacidad de la superficie de un material de reflejar la radiación solar incidente, considerando la reflectancia hemisférica de la radiación integrada en el espectro solar, incluyendo la reflexión especular y difusa, es medida en una escala de 0 a 1 (0 – 100%).

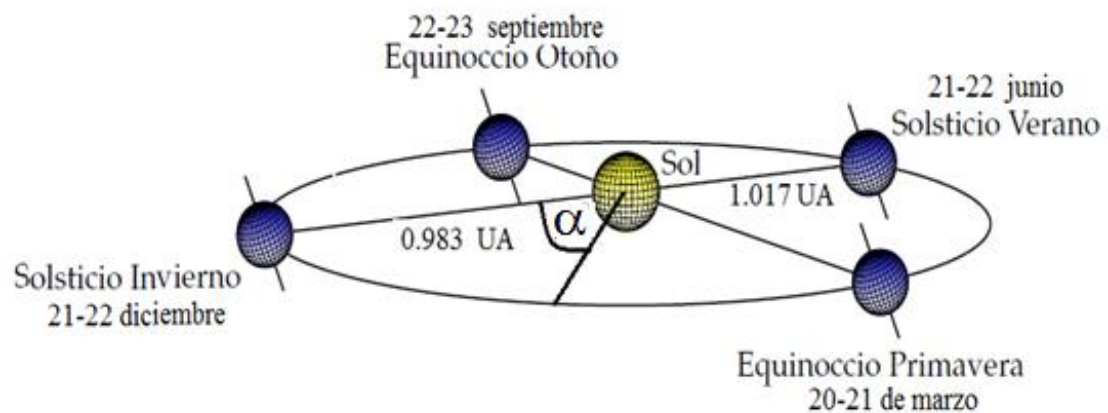
---

<sup>22</sup> Lekner, Jhon. (1987). Theory of Reflection of electromagnetic and particle waves. Springer ISBN 9789024734184.

## 5.4 GEOMETRÍA SOLAR<sup>23</sup>

La geometría solar es uno de los elementos más importantes dentro del proceso de aprovechamiento de la radiación solar, a través del conocimiento del comportamiento de la trayectoria de los rayos solares, se puede lograr una óptima orientación a los elementos de captación de luz y calor, la mejor ubicación de dispositivos para control solar, logrando los mejores efectos directos en el aprovechamiento del recurso solar, traducibles en las mejores condiciones posibles de desempeño. El movimiento terrestre se compone de una translación alrededor del sol y un giro sobre su eje. El movimiento de la tierra se desplaza alrededor del sol siguiendo una elipse de baja excentricidad en la que el sol ocupa uno de sus focos<sup>24</sup> (Figura 2).

Figura 2. Movimiento de la tierra alrededor del sol.



Fuente: Perpiñán, O. [imagen], 2009. Recuperado de: [http://api.eoi.es/api\\_v1\\_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf](http://api.eoi.es/api_v1_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf)

<sup>23</sup> Fuentes, F., Víctor Armando. Control solar en la Arquitectura, en Introducción a la arquitectura bioclimática. Editorial Limusa. UAM-Azc. México 2001.

<sup>24</sup> Perpiñán, Oscar. Energía Solar Fotovoltaica. Madrid. 2012. p.7. Publicado por Wordpress. Disponible en: [http://api.eoi.es/api\\_v1\\_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf](http://api.eoi.es/api_v1_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf)

La órbita de la tierra se puede describir en coordenadas polares mediante la siguiente expresión<sup>25</sup>:

$$R = \frac{a(1 - e^2)}{(1 + e \cdot \cos \alpha)}$$

**Ecuación 1.**

Donde:

R= Distancia Tierra-sol

a = Unidad Astronómica\* U.A. (semieje mayor de la elipse)

e = excentricidad de la órbita terrestre (e=0,01673)

α= posición angular de la tierra en la órbita en radianes

El ángulo α, se puede expresar en función del número del día juliano como<sup>26</sup>:

$$\alpha = \frac{2\pi(nd - 1)}{365}$$

**Ecuación 2.**

Donde nd = número de día del año juliano.

La distancia R tierra sol en cualquier momento, para efectos radiométricos, se puede expresar mediante la ecuación corregida de Spencer<sup>27</sup>, quien expresó la distancia R en términos de una serie de Fourier, con un error máximo de 0,01%.

---

<sup>25</sup> UPME. Apéndice B, Op. cit., p. 4.

\* El 21 de septiembre de 2012, el Observatorio de París emitió un comunicado de prensa sobre la nueva definición de la unidad astronómica ha sido fija. En su Asamblea General celebrada en Beijing 20-31 agosto de 2012, la Unión Astronómica Internacional (UAI) adoptó una nueva definición de la unidad astronómica, unidad de longitud utilizada por los astrónomos para expresar las dimensiones del sistema solar. La unidad de longitud es exactamente de 149 597 870 700 metros, valor convencional elegido para ser compatible con el sistema de constantes astronómicas en vigor desde 2009.

<sup>26</sup> Udelar. Geometría solar y disponibilidad energética. [En línea]. Montevideo. (Uruguay). 2013. [Con acceso 22 de febrero 2015]. Disponible en: [https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/69817/mod\\_folder/content/0/Te%C3%B3rico/SOLAR.pdf?forcedownload=1](https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/69817/mod_folder/content/0/Te%C3%B3rico/SOLAR.pdf?forcedownload=1)

<sup>27</sup> UPME. Apéndice A, Op. cit., p. 116.

$$\left[\frac{R_0}{R}\right]^2 = 1,00011 + 0,034221 \cos \alpha + 0,00128 \operatorname{sen} \alpha + 0,000719 \cos 2\alpha + 0,000077 \operatorname{sen} 2\alpha$$

**Ecuación 3.**

Donde:

$R_0$  = distancia promedio tierra sol (1 U.A. - Unidad Astronómica).

$\alpha$  = posición angular de la tierra en la órbita en radianes.

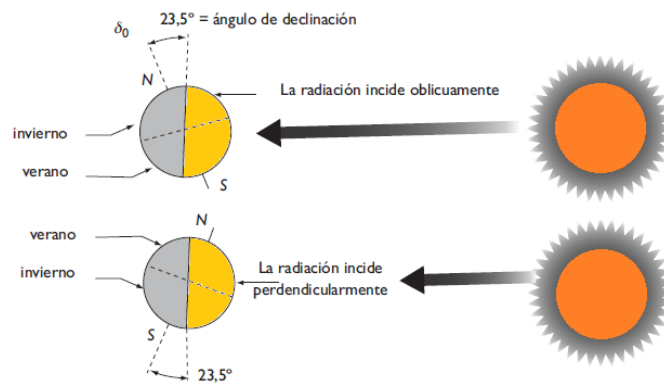
#### 5.4.1 Declinación Solar

Cuando se analiza el movimiento de rotación y translación de la tierra se encuentra que su eje de rotación, con respecto al plano de translación alrededor del sol, tiene una inclinación fija de aproximadamente de  $23,45^\circ$  como se observa en la Figura 3, el ángulo formado entre el plano ecuatorial de la tierra y la línea tierra-sol se denomina declinación solar<sup>28</sup> ( $\delta$ ). Debido al movimiento de la tierra alrededor del sol el valor de este ángulo varía cada día durante el año. Los valores diarios de la declinación solar pueden calcularse mediante otra fórmula obtenida por Spencer con un error máximo de 0,0006 rad.

---

<sup>28</sup> Simbaqueva, R. Modelo de estudio de la radiación solar, para diseño de sistemas de generación de energía solar fotovoltaica. 2009. Tesis de grado Ingeniería Electrónica. Bogotá. Universidad de la Salle. p. 16.

Figura 3. Ángulo de declinación es el causante de las estaciones en el hemisferio norte y sur.



Fuente: Perpiñán, O. [imagen], 2009. Recuperado de: [http://api.eoi.es/api\\_v1\\_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf](http://api.eoi.es/api_v1_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf)

El ángulo que forma la dirección de los rayos solares con la línea ecuatorial cambia a lo largo de las estaciones, tiene un valor de  $23,5^\circ$  para el hemisferio norte en el solsticio verano, y un valor de  $-23,5^\circ$  para el hemisferio norte en el solsticio invierno. Este ángulo toma valor cero en los equinoccios.

La fórmula para el cálculo de la declinación solar es la siguiente<sup>29</sup>:

$$\begin{aligned} \delta = & (0,006918 \\ & - 0,399912 \cos \alpha \\ & + 0,070257 \sin \alpha \\ & - 0,006758 \cos 2\alpha \\ & + 0,000907 \sin 2\alpha \\ & - 0,002697 \cos 3\alpha + 0,00148 \sin 3\alpha) \left[ \frac{180}{\pi} \right] \end{aligned} \quad \text{Ecuación 4.}$$

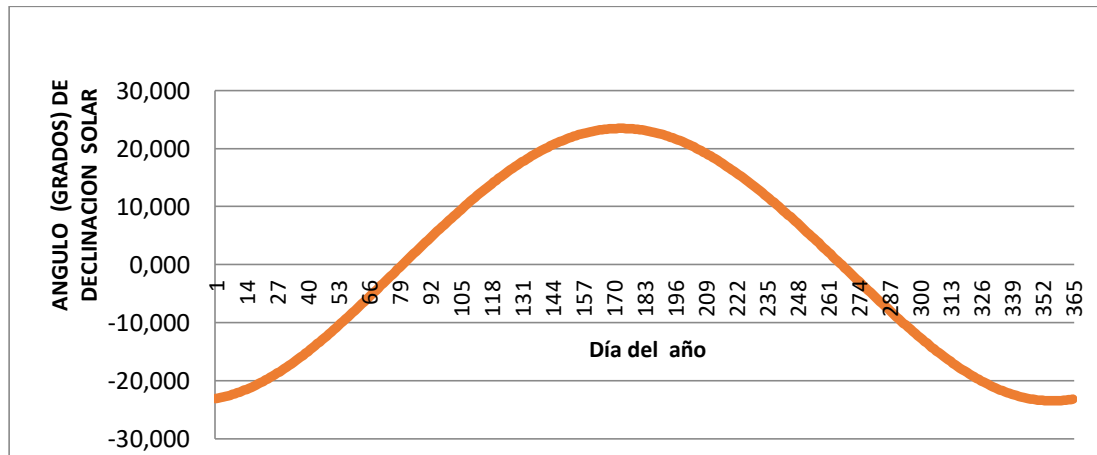
<sup>29</sup> UPME. Apéndice A, Op. cit., p. 117.

La dinámica del cambio de la declinación solar a través del año se puede ver en la Figura 4(a).

Figura 4(a). Variación anual de la declinación del sol.



Figura 4(b). Variación anual de la declinación del sol.



Fuente: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/solar/tiempo/tiempo.html>

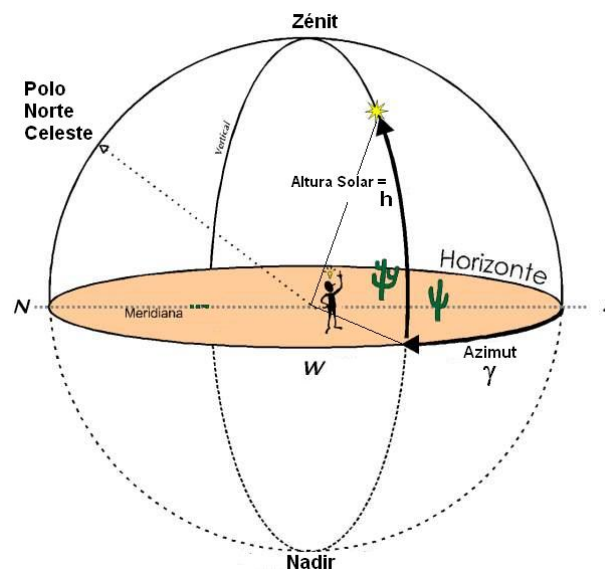
El valor de la declinación solar mostrado en la Figura 4(b), toma ciertos valores característicos que definen las estaciones y sus fechas de transición, para el caso

de Colombia por estar situada en latitudes bajas cercanas a los 0 grados o al ecuador terrestre, los rayos solares inciden casi perpendicularmente la mayor parte del año por lo que no se presentan estaciones.

#### 5.4.2 Coordenadas celestes horizontales

En el sistema de coordenadas celestes horizontales ilustrado en la Figura 5, se determina la posición del sol mediante los ángulos llamados azimut ( $\gamma$ ), que es el ángulo medido desde el sur del lugar del observador y la proyección sobre el horizonte del meridiano del sol que pasa por el zénit del observador, (el azimut es negativo hacia el este y positivo hacia el oeste, por lo tanto, varía entre  $-180^\circ$  y  $180^\circ$ ). La altura solar es la distancia angular entre el horizonte del observador y el sol.

Figura 5. Coordenadas Celestes horizontales.



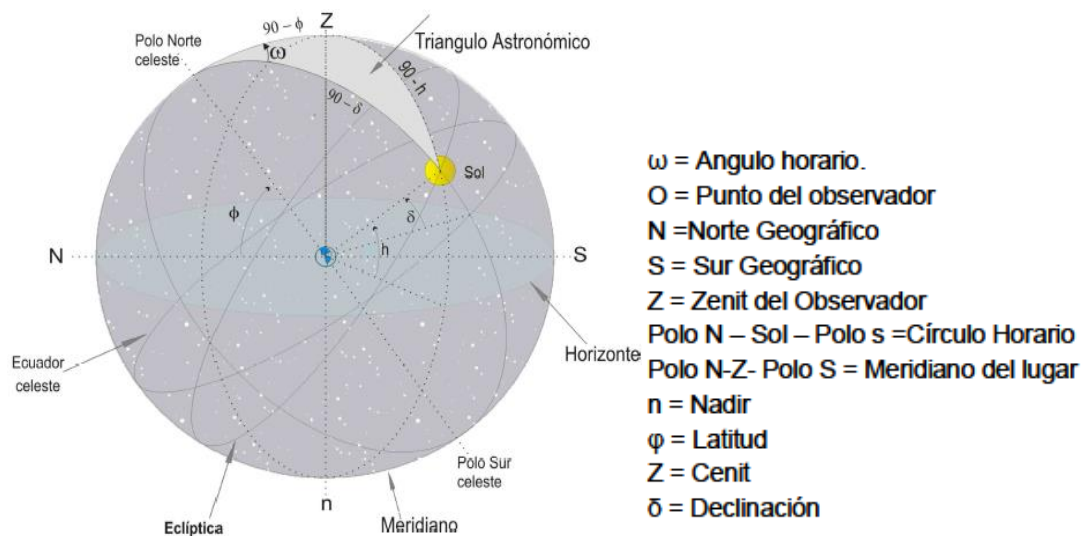
Fuente: [www.javierdelucas.es](http://www.javierdelucas.es) [imagen] sin fecha, Recuperado de: <http://javierdelucas.es/coordenadasastronomicas.htm>

### 5.4.3 Coordenadas celestes ecuatoriales

La esfera celeste es una esfera imaginaria, con centro en la tierra y distancia indefinida desde el centro<sup>30</sup>, el sol viaja aparentemente a través de esta esfera, así como otros objetos celestes. La posición del sol en la esfera celeste se especifica a través de ángulos con respecto a un observador sobre la tierra.

En el sistema ecuatorial, la posición del sol está determinado por la declinación ( $\delta$ ) y el ángulo horario ( $\omega$ ) es el ángulo formado en el polo por la intersección entre el meridiano del observador y el meridiano del sol (Figura 6).

Figura 6. Sistema de coordenadas celestes ecuatoriales.



Fuente: Atlas de radiación Solar de Colombia. [imagen], 2006.

Mediante la combinación de los sistemas de coordenadas horizontales y ecuatoriales, en el triángulo astronómico que se genera, aplicando trigonometría esférica, (exactamente las fórmulas de Bessel) se puede expresar la altura solar en

<sup>30</sup> Gardey, M. Introducción a la geometría solar. [en línea]. Mendoza (Argentina). Universidad Tecnológica Nacional. Sin fecha. [con acceso 14 mayo 2014]. p.27. Disponible en: <http://www.imd.uncu.edu.ar/upload/introduccion-a-la-geometria-solar.pdf>



función de la latitud del lugar, la declinación solar y el ángulo horario, mediante la siguiente expresión<sup>31</sup>:

$$\text{Sen}(h) = \text{sen}(\phi)\text{sen}(\delta) + \cos(\phi)\cos(\delta)\cos(\omega) \quad \text{Ecuación 5.}$$

Donde:

$h$  = ángulo de la altura solar

$\phi$  = latitud de la locación

$\delta$  = declinación solar

$\omega$  = ángulo horario en radianes

El ángulo horario ( $\omega$ ) representa el arco orbital instantáneo del sol respecto del mediodía local. Como a lo largo del día recorre los 360° de la esfera celeste, corresponden 15° por cada hora transcurrida. El criterio internacional más extendido toma signo negativo para la mañana y positivo para la tarde, y lo refiere a la hora solar local (HSL), de manera que el ángulo horario para el mediodía 12 HSL es nulo, para las 6HSL vale -90°, a las 18HSL, +90° y a la medianoche la HSL alcanza 180°.

#### 5.4.4 Coordenadas horarias

Es útil para el estudio de la insolación determinar las horas de salida y de puesta del sol por el horizonte, o la duración del día que media entre ambas. Su medida es independiente de que se utilice la hora solar o la hora oficial. Los ángulos de salida y puesta sobre un plano horizontal ( $\omega$ ,  $\omega_s$ ), puntualizan la posición del sol en dichos instantes<sup>32</sup>:

<sup>31</sup> UPME. Apéndice A, Op. cit., p. 122.

<sup>32</sup> Fuentes, V. Geometría Solar. [en línea]. México D.F. Sin fecha. [Con acceso 23 de febrero 2015] p 56. . Disponible en: [https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Faq-bioclimatica.com%2Findex.php%3Foption%3Dcom\\_phocadownload%26view%3Dcategory%26id%3D1%3Aclima-cursos%26download%3D13%3Ageosol%26Itemid%3D1&ei=T\\_TtVP\\_LDofSgwThk4NI&usg=AFQjCNH7A2BhipMOjtJsB8l2bHdxFPfJ9Q&sig2=-\\_dwIMMXqu7H4svF\\_pdOFg&bvm=bv.86956481,d.eXY](https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Faq-bioclimatica.com%2Findex.php%3Foption%3Dcom_phocadownload%26view%3Dcategory%26id%3D1%3Aclima-cursos%26download%3D13%3Ageosol%26Itemid%3D1&ei=T_TtVP_LDofSgwThk4NI&usg=AFQjCNH7A2BhipMOjtJsB8l2bHdxFPfJ9Q&sig2=-_dwIMMXqu7H4svF_pdOFg&bvm=bv.86956481,d.eXY)

$$\omega = \arccos(-\tan \phi \cdot \tan \delta)$$

**Ecuación 6.**

$$\omega_s = -\arccos(-\tan \phi \cdot \tan \delta)$$

**Ecuación 7.**

Donde:

$\phi$  = latitud de la locación

$\delta$  = declinación solar

$\omega$  = ángulo horario en radianes

El momento del amanecer concuerda con una altura solar nula por el este, y el del atardecer con una altura solar nula por el oeste.

#### **5.4.5 Coordenadas relativas**

Dado que se analizará el alcance de los rayos solares sobre una superficie, es determinante conocer la posición de éstas respecto del sistema de coordenadas que se ha establecido en la Figura 7. La orientación ( $\alpha$ ) define el rumbo azimuthal que una superficie se separa del sur. Se mantiene el criterio de signos del azimuth solar y del ángulo horario: negativo al este y positivo al oeste (para los cálculos de este estudio se hará coincidir la orientación ( $\alpha$ ) con el azimuth,  $\gamma = 0^\circ$ ).

La inclinación ( $\beta$ ) indica el levantamiento angular de la superficie respecto al plano horizontal, tangente a la tierra, sobre la que se apoya. El ángulo de incidencia solar ( $\theta$ ) es el ángulo de incidencia de la radiación solar sobre una superficie inclinada, formada por la dirección de radiación solar directa con la normal a la superficie. Se calcula según la relación<sup>33</sup>:

---

<sup>33</sup> UPME. Apéndice A, Op. cit., p. 123.

$$\theta = \arccos(\sin \delta \cdot \sin \phi \cdot \cos \beta - \sin \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos \beta \cdot \cos \omega + \cos \delta \cdot \sin \phi \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \omega + \cos \delta \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin \omega)$$

**Ecuación 8.**

Donde:

$\phi$  = latitud de la locación

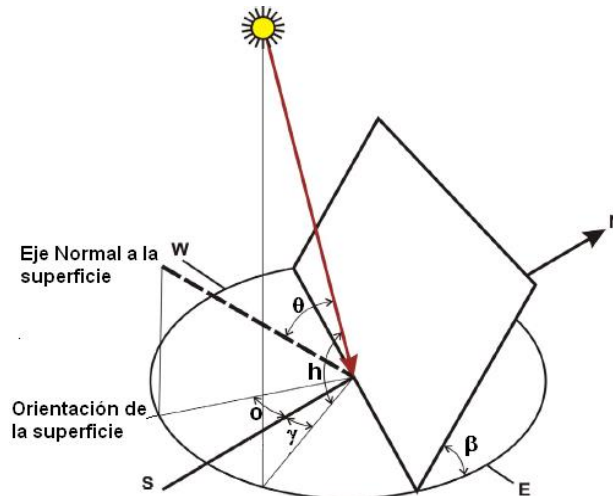
$\delta$  = declinación solar

$\omega$  = ángulo horario en radianes

$\beta$  = Inclinação de la superficie con respecto a la horizontal

$\gamma$  = Azimut solar

Figura 7. Esquema de coordenadas de posición solar.



Fuente: Fuentes, V. [imagen], sin fecha. Recuperado de: [https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fa-rq-bioclimatica.com%2Findex.php%3Fopcion%3Dcom\\_phocadownload%26view%3Dcategory%3D1&usq=\\_\\_F\\_\\_](https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fa-rq-bioclimatica.com%2Findex.php%3Fopcion%3Dcom_phocadownload%26view%3Dcategory%3D1&usq=__F__)

#### 5.4.6 Medida del tiempo solar

El origen de este concepto se deriva de la distinta velocidad del movimiento de traslación terrestre alrededor del Sol, y también de la inclinación del eje de rotación de la Tierra con respecto al plano de su órbita. De acuerdo con las leyes de movimiento orbital formuladas por Kepler sobre los movimientos de traslación, "tiempos iguales barren espacios iguales", lo cual significa que la tierra disminuye la velocidad de traslación cuando se encuentra más alejada del sol (porque la atracción del mismo es menor al encontrarse más lejos) y lo acelera al acercarse<sup>34</sup>.

El tiempo solar verdadero TSV, es el tiempo real que determina el sol a su paso sobre un meridiano y lo define el ángulo horario ( $\omega$ ) medido a partir del mediodía. El tiempo solar verdadero no coincide con el tiempo local. Por lo tanto, la siguiente ecuación permite calcular el tiempo verdadero teniendo en cuenta correcciones. La relación entre el tiempo solar y el tiempo oficial o civil está dado por la expresión<sup>35</sup>:

$$TSV = TSM + 4(L_s - LL) + E_t \quad \text{Ecuación 9.}$$

Donde  $TSM$ , es el tiempo solar medio,  $E_t$ , es la ecuación del tiempo,  $L_s$  es el meridiano de referencia del país, y  $L_L$  es la longitud geográfica de la locación de interés. La ecuación del tiempo  $E_t$  es la diferencia entre tiempo solar verdadero ( $TSV$ ) y el tiempo solar medio ( $TSM$ ), el cual varía diariamente en un intervalo pequeño que está entre los -14 min y los + 16 min (Figura 8), Spencer desarrollo mediante serie de Fourier (ecuación 10) a calcular  $E_t$ , cualquier día del año, con un error máximo de 0,5 min, mediante a siguiente expresión<sup>36</sup>:

---

<sup>34</sup> Hemmel J., Equation and Time En: Dampkring Vol. 68, No. 2 p. 21-27

<sup>35</sup> Fuentes, V. Op. cit.

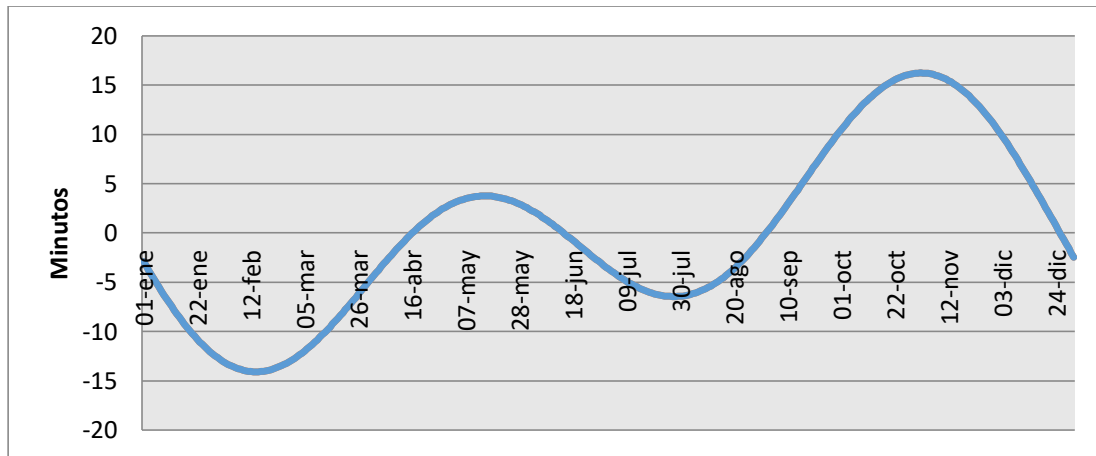
<sup>36</sup> UPME. Apéndice A, Op. cit., p. 123.

$$Et = (0,000075 + 0,001868 \cos \alpha - 0,032077 \sin \alpha - 0,014615 \cos \alpha - 0,0440089 \sin 2\alpha) * (229,18)$$

**Ecuación 10.**

Donde  $\alpha$  es la posición angular de la tierra en órbita (función del número de día juliano)

Figura 8. Variación en minutos anual de la ecuación del tiempo.



Fuente: <http://www.isndf.com.ar/la-ecuacion-del-tiempo/>

La diferencia entre el tiempo solar verdadero *TSV* y el tiempo solar medio *TSM* vista en la Figura 8, varía a lo largo del año y alcanza una mayor diferencia a principios de noviembre, cuando el tiempo solar medio está a más de 16 minutos por detrás del tiempo solar aparente, y a mediados de febrero, cuando el tiempo solar medio va más de 14 minutos por delante del aparente.

Son iguales el tiempo solar medio y el tiempo solar aparente en cuatro instantes del año: el 15 de abril, 14 de junio, 1 de septiembre y el 25 de diciembre (coinciden aproximadamente con los equinoccios y solsticios).

## 5.5 RADIACIÓN SOLAR SOBRE UNA SUPERFICIE HORIZONTAL<sup>37</sup>

La información disponible en las bases de datos suelen estar limitadas a valores diarios de radiación global en el plano horizontal y los datos de radiación\* solar están disponibles en varias formas. El uso y entendimiento de la siguiente información es importante: (a) si los datos son mediciones instantáneas (irradiancia) o valores integrados (irradiación horaria o diaria), (b) el periodo de tiempo de las mediciones, (c) si las mediciones son de radiación directa, difusa o total, (d) los instrumentos utilizados, (e) la orientación de la superficie de recepción (usualmente horizontal) y, (f) si está promediada, el periodo sobre el que se promedió. Los dos tipos de datos disponibles más frecuentemente son: radiación total diaria sobre superficie una horizontal promediada mensualmente  $\bar{H}$ , y radiación total horaria sobre una superficie horizontal,  $I$ , para cada hora de periodos extendidos de un año o más.

### 5.5.1 Distribución de días y horas claros y nublados

La frecuencia con que se tiene periodos de diferentes niveles de radiación, como buenos días y malos es interesante en dos contextos (a.) la información de la distribución de frecuencias acopla dos tipos de correlaciones, la de fracción difusa diaria con la radiación diaria, y la de fracción promedio mensual de difusa con la radiación promedio mensual; (b.) el concepto de aprovechamiento depende de las distribuciones de frecuencia. El índice de claridad promedio mensual  $\overline{K_T}$ , es la razón de la radiación diaria promediada mensualmente sobre una superficie

---

<sup>37</sup> Perpiñan, O. Op. Cit. Cap 3. p. 32.,

\* Entiéndase al término radiación al uso en sentido genérico, pero los datos a tener en cuenta al momento de calcular son datos de irradiancia que es definida como la proporción de energía que llega a una superficie por unidad de tiempo y por unidad de área ( $\text{W.m}^{-2}$ ), es lo mismo que densidad de flujo radiante; y por otra parte los datos de irradiación que se refiere a la cantidad de energía solar que llega a una superficie durante un periodo de tiempo ( $\text{kJ.h}^{-1}.\text{m}^{-2}$ ).

horizontal, con respecto a la radiación extraterrestre diaria promediada mensualmente<sup>38</sup>:

$$\bar{K}_T = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_o}$$

**Ecuación 11.**

Donde  $\bar{H}$  es la radiación promedio diaria de los mapas mes a mes mostradas en el Anexo A, y  $\bar{H}_o$  radiación extraterrestre promediada mensualmente.

### 5.5.2 Radiación solar extraterrestre $H_0(n)$

Los cálculos de varios tipos de radiación son más sencillos si se usan niveles de radiación normalizados, es decir, la razón del nivel de radiación con respecto a la radiación teóricamente disponible si no hubiera atmósfera (radiación extraterrestre).

A nivel diario ( $n$ ) la radiación extraterrestre sobre una superficie horizontal está dada por la siguiente ecuación (también observar ecuación 3 para el cálculo de la razón  $[R_0/R]^2$ )

$$H_0(n) = \left[ \frac{24}{\pi} \right] * \bar{I}_0 * \left[ \frac{R_0}{R} \right]^2 \left[ \cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega + \frac{2\pi \cdot \omega}{360} * \sin \delta \cdot \sin \phi \right]$$

**Ecuación 12.**

Donde:

$\bar{I}_0$  = constante solar 1367 W/m<sup>2</sup>

$n$  es el número correspondiente al día del calendario juliano (1 - 365)

$R$  = distancia tierra sol para determinado día del año.

---

<sup>38</sup> Duffie, J. & Bekmann, W. Solar Engineering and thermal process. 1991. John Wiley & Sons. Cap 2-9. p.77.

$R_0$  = Distancia tierra sol promedio.

$\delta$  = Declinación solar.

$\omega$  = ángulo horario.

$\phi$  = latitud del lugar.

### 5.5.3 Componentes de la radiación difusa y directa diaria

La división de radiación solar global sobre una superficie horizontal en directa y difusa es importante por dos razones<sup>39</sup>: (a) los métodos para calcular la radiación solar sobre una superficie en otra orientación a partir de datos horizontales requiere tratamiento separado para cada componente, (b) el cálculo del desempeño a largo plazo de la mayoría de los concentradores debe basarse en estimados de disponibilidad de radiación directa.

Si el flujo de radiación solar encuentra pequeñas partículas en su camino hacia la Tierra, una parte de esta energía es difundida en todas direcciones y se llama radiación difusa ( $H_d$ ). Esta radiación sobre la superficie de la Tierra, la radiación difusa, depende de los siguientes aspectos<sup>40</sup>:

- a) Altura del Sol sobre el horizonte. A mayor altura, mayor es el flujo de radiación difusa.
- b) A mayor cantidad de partículas, mayor es la componente difusa; por consiguiente, aumenta con la contaminación.
- c) Aumenta con la presencia de capas de nubes blancas relativamente delgadas.
- d) Al aumentar la altura sobre el nivel del mar, el aporte de la radiación difusa es menor, debido a que disminuye el espesor de las capas difusoras en la atmósfera.

---

<sup>39</sup> Perpiñan, O. Op. cit. p.11.

<sup>40</sup> UPME. Apéndice B, Op. cit., p. 136.



Toda la radiación que llega a la Tierra, resultado de la componente vertical de la radiación directa más la radiación difusa, se llama radiación global (**H**). Su evaluación se efectúa por el flujo de esta energía por unidad de área y de tiempo sobre la superficie horizontal expuesta al sol y sin ningún tipo de sombra.

El método usual es usar la correlación de Collares-Pereira y Rabl<sup>41</sup> que relaciona las radiaciones difusa y global y se presenta mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{H_d}{H} &= 0,99 \quad \text{para } K_t \leq 0,17 \\ 1,188 - 2,272K_t + 9,473K_t^2 - 21,865K_t^3 + 14,648K_t^4 &\quad \text{para } 0,17 \leq K_t \leq 0,75 \\ -0,54 K_t + 0,632 &\quad \text{para } 0,17 \leq K_t \leq 0,75 \\ 0,2 &\quad \text{para } K_t \geq 0,80 \end{aligned}$$

**Ecuación 13.**

Dependiendo del índice de claridad  $K_t$ , las relaciones a usar varían.

Donde:

$H_d/H$  es la relación entre radiación difusa y global

$K_t$  es el índice de claridad (explicado en la ecuación 11).

#### 5.5.4 Estimación de la radiación global en superficies inclinadas

La radiación global promedio mensual sobre una superficie inclinada  $\bar{H}(\beta)$ , se puede calcular como<sup>42</sup>:

$$\bar{H}(\beta) = \bar{R} \bar{H}$$

**Ecuación 14.**

<sup>41</sup> Duffie, J. & Beckmann, Cap 1-3. p.84

<sup>42</sup> UPME. Apéndice B, Op, cit., p.136.

Donde  $\bar{H}$  es la radiación global diaria promedio mensual sobre una superficie horizontal (la estimación de esta variable es la más importante en este estudio, pues sirve como estándar en la determinación de la energía base, para ser evaluada con respecto al acople del sistema de concentración, bajo ciertos parámetros), también existe un factor  $\bar{R}$ <sup>43</sup>.

$$\bar{R} = \left[ \frac{\bar{H} - \bar{H}_d}{\bar{H}} \right] \bar{R}_b + \left[ \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \right] * \left[ \frac{1 + \cos \beta}{2} \right] + r \left[ \frac{1 - \cos \beta}{2} \right] \quad \text{Ecuación 15.}$$

Donde  $\bar{R}_b$  es la razón obtenida del promedio mensual de la radiación sobre una superficie inclinada y el promedio diario mensual de la radiación sobre la superficie horizontal,  $\beta$  es la inclinación de la superficie,  $\bar{H}_d$ , es la radiación solar difusa promedio y  $r$  es la reflectancia de la superficie.

La razón  $\bar{R}_b$ , puede ser estimada como la razón entre la radiación extraterrestre sobre una superficie inclinada y la radiación extraterrestre sobre una superficie horizontal. Para  $\bar{R}_b$ , se han desarrollado expresiones para superficies inclinadas en el hemisferio norte y orientadas hacia el sur, y para superficies inclinadas en el hemisferio sur orientadas hacia el norte.

Para las superficies que se encuentran en el hemisferio norte, inclinadas con cualquier ángulo, pero dirigidas hacia el sur,  $\bar{R}_b$  se calcula mediante la siguiente expresión<sup>44</sup>:

$$\bar{R}_b = \left[ \frac{\cos(\phi - \beta) \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s' + \left[ \frac{\pi}{180} \right] \omega_s' \cdot \sin(\phi - \beta) \cdot \sin \delta}{\cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \left[ \frac{\pi}{180} \right] \omega_s \cdot \sin \delta \cdot \sin \phi} \right] \quad \text{Ecuación 16.}$$

<sup>43</sup> Upme. Apéndice C, Op. cit., p. 154.

<sup>44</sup> Universidad de Valladolid. Radicación Solar. [en línea]. Guía Docente. 2014. [con acceso 14 abril 2014]. p. 19. Disponible en: [https://alojamientos.uva.es/guia\\_docente/uploads/2012/469/45764/1/Documento6](https://alojamientos.uva.es/guia_docente/uploads/2012/469/45764/1/Documento6)

Donde  $\omega_s'$  es el ángulo de la puesta del sol sobre una superficie inclinada, y su valor es el menor<sup>45</sup> entre los dos ángulos  $\omega$  (ángulo de salida del sol) y  $\omega_s \arccos[-\tan(\phi - \beta) \cdot \tan \delta]$  (ángulo de puesta del sol).

$$\omega_s' = \min [\arccos(-\tan \phi \cdot \tan \delta) \arccos(-\tan(\phi - \beta) \cdot \tan \delta)]$$

**Ecuación 17.**

Cuando la superficie está en el hemisferio sur, inclinada y orientada hacia el norte,  $\overline{R_b}$ , se calcula mediante la siguiente expresión<sup>46</sup>:

$$\overline{R_b} = \left[ \frac{\cos(\phi + \beta) \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s' + \left[ \frac{\pi}{180} \right] \omega_s' \cdot \sin(\phi + \beta) \cdot \sin \delta}{\cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \left[ \frac{\pi}{180} \right] \omega_s \cdot \sin \delta \cdot \sin \phi} \right]$$

**Ecuación 18.**

y el ángulo  $\omega_s'$ , para el hemisferio norte mediante<sup>47</sup>:

$$\omega_s' = \min [\arccos(-\tan \phi \cdot \tan \delta) \cdot \arccos(-\tan(\phi + \beta) \cdot \tan \delta)]$$

**Ecuación 19.**

## 5.6 MODELOS MATEMÁTICOS

Los modelos matemáticos se pueden clasificar en función a múltiples criterios. Uno de estos es respecto a los supuestos en la incertidumbre de los datos, incertidumbre descrita en términos de las funciones de valor esperado, E, y varianza, V. Por lo tanto, a los modelos en los que se presumen la ausencia de error se les llama

---

<sup>45</sup> Ibid. p.20.

<sup>46</sup> Ibid. p. 20.

<sup>47</sup> Ibid. p. 20.

determinísticos; los que incluyen una fracción de terreno sindical y otra aleatoria se les suele llamar modelos estadísticos; los modelos que solamente están definidos por variables aleatorias es decir con ausencia de variables causales se les llama modelos probabilísticos y en ellos el único componente presente es el error aleatorio.

### **5.6.1 Modelo estadístico de regresión lineal**

Un modelo estadístico de regresión lineal en la representación de una variable causada en función de la modificación de las variables causales. La relación entre estas variables se obtiene por los coeficientes +1 error que se supone aleatorio. Estos coeficientes han de ser estimados por algún método o técnica. Por lo anterior el modelo es:

$$Y = XB + e$$

**Ecuación 20.**

donde:

Y = variable de respuesta ó medida causada

X = variable de control o variable causal

B = coeficiente de la variable causada y la variable causal

E = error aleatorio de la medición

Los coeficientes desconocidos, B, para este modelo se puede obtener por diferentes métodos, uno de ellos es el método de mínimos cuadrados ordinarios. Para este modelo se pueden contrastar las siguientes hipótesis: hipótesis general sobre el modelo, hipótesis sobre la pertinencia de cada uno de los coeficientes. Una expansión del modelo a múltiple coeficiente está en la siguiente expresión que incluye tres variables dependientes

$$Y_i = B_0 + X_{i1}B_1 + X_{i2}B_2 + X_{i3}B_3 + e_i$$

**Ecuación 21.**

### 5.6.2 Modelo determinístico de programación lineal

Un programa lineal puede describirse como un objeto matemático<sup>48</sup>. Éste incluye varios de los siguientes componentes, sin embargo según la situación particular no es necesario que estén presentes todos ellos<sup>49</sup>: una función objetivo bien sea escalar o vectorial, que incluye los coeficientes y las variables discrecionales o modificables asociadas a la situación. Una ecuación de restricción o varias de ellas las cuales incluyen los coeficientes y las variables discrecionales o modificables asociadas a la situación y el tipo de ecuación a la cual se le asocia un recurso que restringen el movimiento del valor de la función objetivo. Un conjunto de supuestos respecto a el espacio de solución o valores que puede tomar las variables discrecionales o modificables asociadas a la situación. Así la estructura, forma de representación del programa lineal está en la siguiente expresión:

$$\text{Min } z = C^T x; \text{ sujeta a } Ax \leq D; X \geq 0$$

**Ecuación 22.**

Dónde:

$z$  = función objetivo o valor a buscar según sea minimizar o maximizar.

$C^T$  = vector de coeficientes de cada una de las variables discrecionales, vector  $1 \times n$

$X$  = variables discrecionales o modificables, vector  $n \times 1$

$A$  = coeficientes tecnológicos en que incurran cada una de las variables discrecionales con cada uno de las restricciones de los recursos. Matriz  $m \times n$

$D$  = cantidad disponible cada uno de los tipos de recursos a los que se sujeta el programa

$0$  = vector de ceros, para indicar que los valores de las variables han de ser positivos

<sup>48</sup> Luenberger, David G. Yinyu Ye (auth.). Linear and Nonlinear Programming (International Series in Operations Research & Management Science 228. Springer International Publishing (2016).

<sup>49</sup> Matousek Jiri, Gärtner Bernd. Understanding and Using Linear Programming. Universitext. Springer (2006).

así, por lo tanto, la anterior estructura puede contener múltiples restricciones, asociada cada una con cada uno de los valores  $D$ . por lo tanto puede considerarse programa lineal como una estructura que busca el máximo valor de una de las ecuaciones de las restricciones sujeta al desempeño de las demás ecuaciones de restricción.

## 6. MARCO METODOLÓGICO

El estudio se adecuó al problema planteado mediante el desarrollo de un modelo matemático que se ajuste a las condiciones de un sistema de concentración en V, con el propósito de incrementar la captación y concentración de radiación solar de los paneles solares, por medio de la reflexión. Para tal fin se planteó la siguiente metodología:

En la primera fase se elaboró una recolección, revisión y análisis de información con el fin de hacer un diagnóstico de fuentes terciarias pertinentes para el desarrollo del estudio teórico computacional, como son informes meteorológicos, conceptos teóricos y ecuaciones matemáticas referenciadas en el numeral 5.3 “Marco conceptual”; bases de datos de la ubicación geográfica, radiación solar y las condiciones para la ciudad de Bogotá, suministrada en los mapas de radiación solar de Colombia, Instituciones Gubernamentales acreditadas para tal fin como: el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM), la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME), y la información primaria recopilada en el estudio experimental.

En la segunda fase se elaboró la matriz con el fin de obtener la radiación global teórica de cada una de las superficies del sistema de concentración, con base en la metodología descrita en el Atlas de radiación solar en Colombia apéndices A, B, y C<sup>50</sup> y la información descrita en los mapas de radiación solar en Colombia mostrados en el Anexo A.

---

<sup>50</sup> UPME. Unidad de planeación Minero Energética. Atlas de Radiación Solar de Colombia. 2006. Apéndice A, B y C

La información se almacenó, procesó y validó utilizando hojas electrónicas de Excel, obteniendo como resultado los valores diarios de radiación global del sistema representados en un año y se obtuvo un valor promedio de cada superficie. El objetivo fue el de analizar los resultados, hacer una comparación con los resultados obtenidos experimentalmente y posteriormente hacer una evaluación final del sistema de concentración en V. A continuación, se describe el desarrollo del cálculo teórico, para lo cual se tomó como referencia el día 1 de enero de la superficie principal.

Primero; de la teoría se obtuvieron los datos dependientes como latitud ( $\phi$ ) = 4,3° oeste y longitud del lugar donde se desarrolló la investigación (L) = 74,08° Norte para la ciudad de Bogotá.

Segundo; se identificaron datos independientes de cada superficie manteniendo un ángulo de inclinación constante de 5° para la superficie principal “plana” del sistema de concentración en V, y por medio del cálculo geométrico se obtuvo el ángulo de inclinación de la superficie ( $\beta$ ) y azimut ( $\gamma$ ). En la Figura 9 se muestra como se obtuvieron dichos ángulos de acuerdo a los ángulos de inclinación de cada superficie reflectante ( $\beta'$ ), se seleccionaron los ( $\beta'$ ) de 15°, 30°, 45° y 60° respectivamente para cada una de las superficies.

Figura 9. Determinación de Ángulo de inclinación de la superficie ( $\beta$ ) y Azimut ( $\gamma$ )

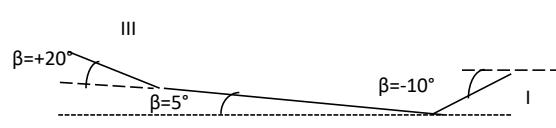





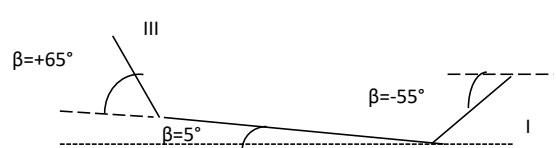

$\beta'$	Superficie I y III	Superficie II y IV
15°		



Figura 9. Determinación de Ángulo de inclinación de la superficie ( $\beta$ ) y Azimut ( $\gamma$ )

$\beta'$	Superficie I y III	Superficie II y IV
<b>30°</b>		
<b>45°</b>		
<b>60°</b>		

Fuente: el Autor.

En la Tabla 1 se relacionan los resultados de cada superficie desarrollados en el cálculo geométrico.

Tabla 1. Resultados ángulo de inclinación de la superficie ( $\beta$ ) y azimut ( $\gamma$ ) para cada superficie.

Superficie	Ángulo ( $\beta'$ )	Angulo de inclinación ( $\beta$ )	Azimut ( $\gamma$ )
Principal		5°	0°
I	15°	20°	0°
	30°	35°	0°
	45°	50°	0°
	60°	65°	0°
II	15°	5°	-75°
	30°	5°	-60°

Superficie	Ángulo ( $\beta'$ )	Angulo de inclinación ( $\beta$ )	Azimut ( $\gamma$ )
	45°	5°	-45°
	60°	5°	-30
III	15°	-10°	0°
	30°	-25°	0°
	45°	-40°	0°
	60°	-55°	0°
IV	15°	5°	75°
	30°	5°	60°
	45	5°	45°
	60	5°	30°

Fuente: el Autor.

Con los resultados de la tabla 1 se procedió a realizar el cálculo teórico, utilizando la información y las ecuaciones recopiladas en el marco conceptual capítulo 5. De la siguiente manera:

El ángulo  $\alpha$ , se determinó con la ecuación 2, donde  $nd$  = número de día del año juliano.

$$\alpha = \frac{2\pi(nd - 1)}{365} = \frac{2\pi(1 - 1)}{365} = 0$$

Posteriormente se halló la declinación solar ( $\delta$ ) con la ecuación 4:

$$\begin{aligned} \delta = & (0,006918 \\ & - 0,399912 \cos \alpha \\ & + 0,070257 \sin \alpha \\ & - 0,006758 \cos 2\alpha \\ & + 0,000907 \sin 2\alpha - 0,002697 \cos 3\alpha + 0,00148 \sin 3\alpha) \left[ \frac{180}{\pi} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta = & (0,006918 \\
& - 0,399912 \cos 0 \\
& + 0,070257 \sin 0 \\
& - 0,006758 \cos 0 \\
& + 0,000907 \sin 0 - 0,002697 \cos 0 + 0,00148 \sin 0) \left[ \frac{180}{\pi} \right] = -23,059^\circ
\end{aligned}$$

El ángulo salida del sol ( $\omega$ ), con la ecuación 6.

$$\begin{aligned}
\omega &= \arccos(-\tan\phi \cdot \tan\delta) \left[ \frac{180}{\pi} \right] \\
\omega &= \arccos(-\tan(0,075) \cdot \tan(-0,402)) \left[ \frac{180}{\pi} \right] = 88,16^\circ
\end{aligned}$$

Luego la ecuación del tiempo ( $Et$ ), ecuación 10.

$$\begin{aligned}
Et &= (0,000075 + 0,001868 \cos\alpha - 0,032077 \sin\alpha - 0,014615 \cos\alpha \\
&\quad - 0,0440089 \sin 2\alpha) * (229,18) \\
Et &= (0,000075 + 0,001868 \cos 0 - 0,032077 \sin 0 - 0,014615 \cos 0 \\
&\quad - 0,0440089 \sin 0) * (229,18) = -2,904 \text{ min}
\end{aligned}$$

El tiempo solar verdadero (TSV) con la ecuación 9, para cada hora del día con luz solar de 6 a.m. a 6 p.m., para las 6 de la mañana quedaría:

$$\begin{aligned}
TSV &= TSM + 4(Ls - LL) + Et \\
TSV &= 6 + \frac{4(75 - 74,08)}{60} + \frac{-2,904}{60} = 6,01
\end{aligned}$$

El ángulo de incidencia solar ( $\theta$ ), de acuerdo a la ecuación 8.

$$\begin{aligned}
\theta &= \arccos(\sin\delta \cdot \sin\phi \cdot \cos\beta - \sin\delta \cdot \cos\phi \cdot \cos\gamma \cdot \sin\beta + \cos\delta \cdot \cos\phi \cdot \cos\beta \cdot \cos\omega \\
&\quad + \cos\delta \cdot \sin\phi \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma \cdot \cos\omega + \cos\delta \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma \cdot \sin\omega)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta = & \arccos(\sin(-0,402) \cdot \sin(0,075) \cdot \cos(0,087) \\
& - \sin(-0,402) \cdot \cos(0,075) \cdot \cos 0 \cdot \sin(0,087) \\
& + \cos(-0,402) \cdot \cos(0,075) \cdot \cos(0,087) \cdot \cos(-1,6) \\
& + \cos(-0,402) \cdot \sin(0,075) \cdot \sin(0,087) \cdot \cos 0 \cdot \cos(-1,6) \\
& + \cos(-0,402) \cdot \sin(0,087) \cdot \sin 0 \cdot \sin(-1,06)) \left[ \frac{180}{\pi} \right] = -90^\circ
\end{aligned}$$

El ángulo puesta del sol ( $\omega_s$ ), con la ecuación 7.

$$\begin{aligned}
\omega_s &= -\arccos(-\tan\phi \cdot \tan\delta) \\
\omega_s &= -\arccos(-\tan(0,075) \cdot \tan(-0,402)) = 1,576 \text{ rad}
\end{aligned}$$

El ángulo de la puesta del sol ( $\omega_s'$ ) sobre una superficie inclinada, ecuación 17.

$$\begin{aligned}
\omega_s' &= \text{mín} [\arccos(-\tan\phi \tan\delta) \arccos(-\tan(\phi - \beta) \cdot \tan\delta)] \\
\omega_s' &= \text{mín} [\arccos(-\tan(0,075) \cdot \tan(-0,402)) \arccos(-\tan((0,075) \\
& - (0,087)) \cdot \tan(-0,402))] = 1,539 \text{ rad}
\end{aligned}$$

Estimación de la radiación global ( $\bar{R}_b$ ) en superficies inclinadas, en el hemisferio norte, dirigida hacia el sur, ecuación 16.

$$\begin{aligned}
\bar{R}_b &= \left[ \frac{\cos(\phi - \beta) \cdot \cos\delta \cdot \sin\omega_s' + \left[ \frac{\pi}{180} \right] \omega_s' \cdot \sin(\phi - \beta) \cdot \sin\delta}{\cos\phi \cdot \cos\delta \cdot \sin\omega_s + \left[ \frac{\pi}{180} \right] \omega_s \cdot \sin\delta \cdot \sin\phi} \right] \\
&= \left[ \frac{\cos(0,075 - 0,087) \cdot \cos(-0,402) \cdot \sin 1,539 + \left[ \frac{\pi}{180} \right] 1,539 \cdot \sin(0,075 - 0,087) \cdot \sin(-0,402)}{\cos 0,075 \cdot \cos(-0,402) \cdot \sin 1,539 + \left[ \frac{\pi}{180} \right] 1,539 \cdot \sin(-0,402) \cdot \sin 0,075} \right] \\
&= 1,00
\end{aligned}$$

De la ecuación 3, la distancia R tierra sol en cualquier momento.

$$\left[\frac{R_0}{R}\right]^2 = 1,00011 + 0,034221 \cos \alpha + 0,00128 \sin \alpha \\ + 0,000719 \cos 2\alpha + 0,000077 \sin 2\alpha$$

$$\left[\frac{R_0}{R}\right]^2 = 1,00011 + 0,034221 \cos 0 + 0,00128 \sin 0 \\ + 0,000719 \cos 0 + 0,000077 \sin 0 = 1,04$$

Radiación solar extraterrestre  $H_0(n)$ , de la ecuación 12.

$$H_0(n) = \left[\frac{24}{\pi}\right] * \bar{I}_0 * \left[\frac{R_0}{R}\right]^2 \left[ \cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega + \frac{2\pi \cdot \omega}{360} * \sin \delta \cdot \sin \phi \right] \\ H_0(n) = \left[\frac{24}{\pi}\right] * 1,367 \\ * 1,04 \left[ \cos 0,075 \cdot \cos(-0,402) \cdot \sin 1,539 + \frac{2\pi \cdot 1,539}{360} \right. \\ \left. * \sin(-0,402) \cdot \sin 0,075 \right] = 9,90$$

El índice de claridad promedio mensual  $\bar{K}_T$ , según la ecuación 11, con H del mapa solar = 4,10:

$$\bar{K}_T = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} \\ \bar{K}_T = \frac{4,10}{9,90} = 0,41$$

La correlación de Collares-Pereira y Rabl<sup>51</sup> que relaciona las radiaciones difusa y global y se presenta mediante la ecuación 13, para  $0,17 \leq K_t \leq 0,75$  :

$$\frac{H_d}{H} = 1,188 - 2,272K_t + 9,473K_t^2 - 21,865K_t^3 + 14,648K_t^4$$

---

<sup>51</sup> Duffie, J. & Bekmann, Cap 1-3. p.84

$$\frac{H_d}{H} = 1,188 - 2,272 * (0,41) + 9,473 * (0,41)^2 - 21,865 * (0,41)^3 + 14,648 * (0,41)^4$$

$$= 0,75$$

Con la ecuación 15, se determina el factor  $\bar{R}$ . En esta ecuación existe una variable muy importante a tener en cuenta para la obtención de los resultados finales de la investigación que es la reflectancia solar o albedo ( $r$ )<sup>52</sup>, que mide la capacidad de un material de reflejar la radiación solar incidente considerando la reflectancia hemisférica de la radiación integrada en el espectro solar incluyendo la reflexión especular y difusa, es medida en una escala de 0 a 1 (0-100%) de acuerdo al marco conceptual; para el panel solar, se tuvo como guía la escala de color de la superficie oscura en donde el índice de reflectancia solar (SRI) oscila entre 5-10%<sup>53</sup>, para los efectos de este cálculo se tomó una cifra equivalente al 5% (0,05 para su equivalente decimal), el criterio para seleccionar esta cifra se basa en dos fuentes consultadas que indican la reflectancia de paneles solares esta entre un 4%<sup>54</sup> y un 6%<sup>55</sup> y la reflectancia de las superficies de concentración en V por tratarse de espejos en vidrio y lizos se toma como referencia una cifra de 0.72<sup>56</sup>.

Factor  $\bar{R}$ , con  $r$  = reflectancia = 0,05

$$\bar{R} = \left[ \frac{\bar{H} - \bar{H}_d}{\bar{H}} \right] \bar{R}_b + \left[ \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \right] * \left[ \frac{1 + \cos \beta}{2} \right] + r \left[ \frac{1 - \cos \beta}{2} \right]$$

$$\bar{R} = 0,25 * 1,0 + 0,75 * \left[ \frac{1 + \cos 0,087}{2} \right] + 0,05 \left[ \frac{1 - \cos 0,087}{2} \right] = 1,0$$

<sup>52</sup> Alchapar, N. et al. Solar Reflectance Index of Facade Coatings: Mitigation Potential of Urban Heat Islands. jul./set. 2012. En: Ambiente Construido, Porto Alegre, v. 12, n. 3, p. 107-123

<sup>53</sup> Ibid., p. 107-123,

<sup>54</sup> Solarworld. Reflectivity of Solar World Sunmodule plus photovoltaic modules. Technical Bulletin. 2010. SW-02-5166US-1006. p.1. Disponible en: <http://www.solarworld-usa.com/~media/www/files/technical-bulletins/reflectivity-of-solarworld-solar-panels.pdf>

<sup>55</sup> Kerchak. Portal digital de ciencia, salud y tecnología. Paneles solares más baratos y más eficaces. [en línea]. 2012. [con acceso 13 de febrero 2015]. Disponible en HTML en: <http://kerchak.com/paneles-solares-baratos-y-mas-eficaces/>

<sup>56</sup> Echazú, R. Cadena, C. y Saravia, L. Estudio de materiales reflectivos para concentradores solares. INENCO, Universidad Nacional de Salta. Buenos Aires 177 - 4400 Salta, República Argentina.

Por ultimo con la ecuación 14 se obtiene el resultado de la radiación global diaria sobre una superficie inclinada.

$$\overline{H}(\beta) = \overline{R} \overline{H}$$

$$\overline{H}(\beta) = 1,0 * 4,10 = 4,10 \text{ kWh/m}^2$$

El valor de 4,10 kWh/m<sup>2</sup> corresponde a la radiación global de un día para la superficie principal, y el promedio diario anual corresponde a 3,82 kWh/m<sup>2</sup>. Como se puede ver en la siguiente Figura 10, los resultados teóricos finales para cada una de las superficies se encuentran en el Anexo B.

Figura 10. Resultados teóricos de la radicación global.

BOGOTA															
Latitud $\phi$		Longitud $\lambda$		Longitud Pais		inclinacion sup $\beta$		Azimut $\gamma$		reflectancia		0,05			
deg	4,3	74,08		75		5		0							
rad	0,075	1,293		1,309		0,087		0,000				EC 16			
hemisferio norte															
EC. 2		EC. 4		EC. 6		EC. 10		EC. 6		EC. 7		EC. 17		EC. 3	
EC. 12															
EC. 11		EC. 13		EC. 15		EC. 14									
Posición angular declinación		ángulo salida		N Duracion		ecuacion tien		Amanecer		Puesta		MINIMO		Rb	
(Ro/R)*2		H0(n)		Mapa Solar		H		H/Ho(n)		Kt		Hd/H		R	
H( $\beta$ )															
DIA	orbita (rad) $\alpha$	solar (rad) $\delta$	sol rad $\omega$	del día	Et (minutos)	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$	sol rad $\omega$
1	0,000	-0,402	1,539	11,755	-2,904	1,539	1,576	1,539	1,00	1,04	9,90	4,10	0,41	0,75	1,00
2	0,017	-0,401	1,539	11,756	-3,345	1,539	1,576	1,539	1,00	1,04	9,91	4,10	0,41	0,75	1,00
3	0,034	-0,400	1,539	11,757	-3,782	1,539	1,576	1,539	1,00	1,04	9,92	4,10	0,41	0,75	1,00
4	0,052	-0,398	1,539	11,759	-4,214	1,539	1,576	1,539	1,00	1,04	9,92	4,10	0,41	0,75	1,00
5	0,069	-0,396	1,539	11,760	-4,641	1,539	1,576	1,539	1,00	1,04	9,93	4,10	0,41	0,75	1,00
6	0,086	-0,394	1,540	11,761	-5,062	1,540	1,576	1,540	1,00	1,04	9,94	4,10	0,41	0,75	1,00
7	0,103	-0,392	1,540	11,762	-5,478	1,540	1,576	1,540	1,00	1,04	9,95	4,10	0,41	0,75	1,00
8	0,120	-0,390	1,540	11,764	-5,887	1,540	1,576	1,540	1,00	1,03	9,96	4,10	0,41	0,75	1,00
9	0,138	-0,388	1,540	11,765	-6,290	1,540	1,576	1,540	1,00	1,03	9,96	4,10	0,41	0,75	1,00
10	0,155	-0,385	1,540	11,767	-6,686	1,540	1,576	1,540	1,00	1,03	9,97	4,10	0,41	0,75	1,00

min H( $\beta$ )	3,50 kWh/m2
max H( $\beta$ )	4,30 kWh/m2
Promedio diario anual	3.8213 kWh/m2

En la tercera fase se construyó el prototipo del sistema de concentración en V, con el fin de desarrollar el estudio experimental, para la toma de información primaria y elaboración de una base de datos real. El prototipo se diseñó sobre una superficie plana simulando un panel solar y sobre esta se ubicaron las superficies reflectantes inclinadas (espejos) (Ver Figura 11). Con el objetivo de observar la radiación solar incidente sobre las superficies reflectantes y la reflexión presente sobre la superficie plana y así poder determinar las áreas involucradas en el sistema.

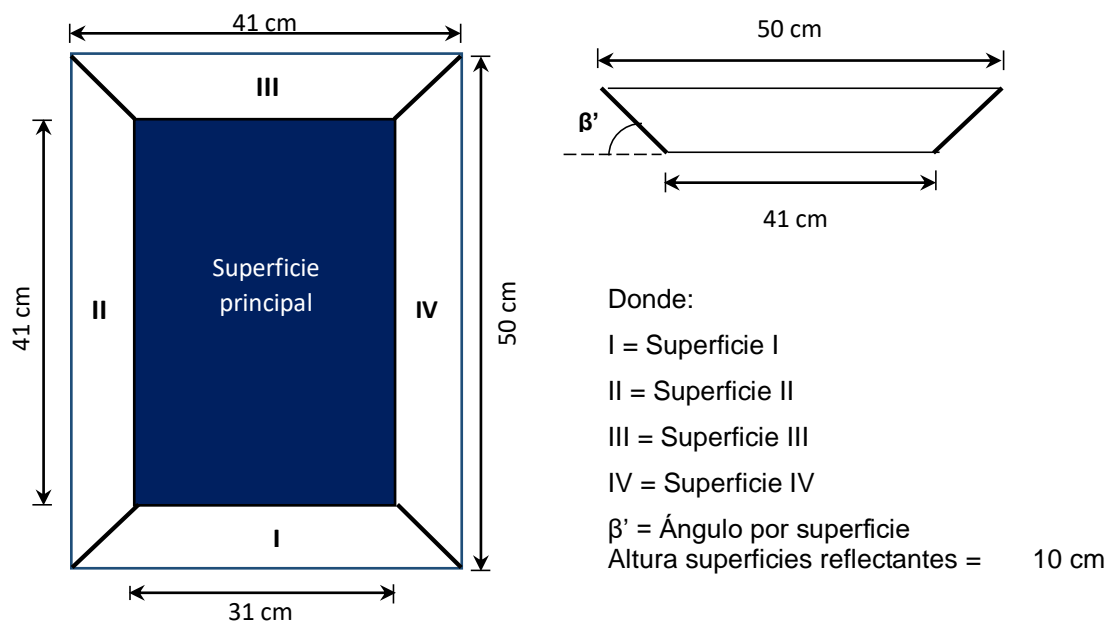
Figura 11. Prototipo del sistema de concentración



Fuente: el Autor

A continuación, en la Figura 12 se presentan las dimensiones del prototipo y la identificación de cada una de las superficies. Las cuáles serán necesarias para determinar la base de datos y así calcular las áreas identificadas en la fase experimental.

Figura 12. Dimensiones del sistema de concentración

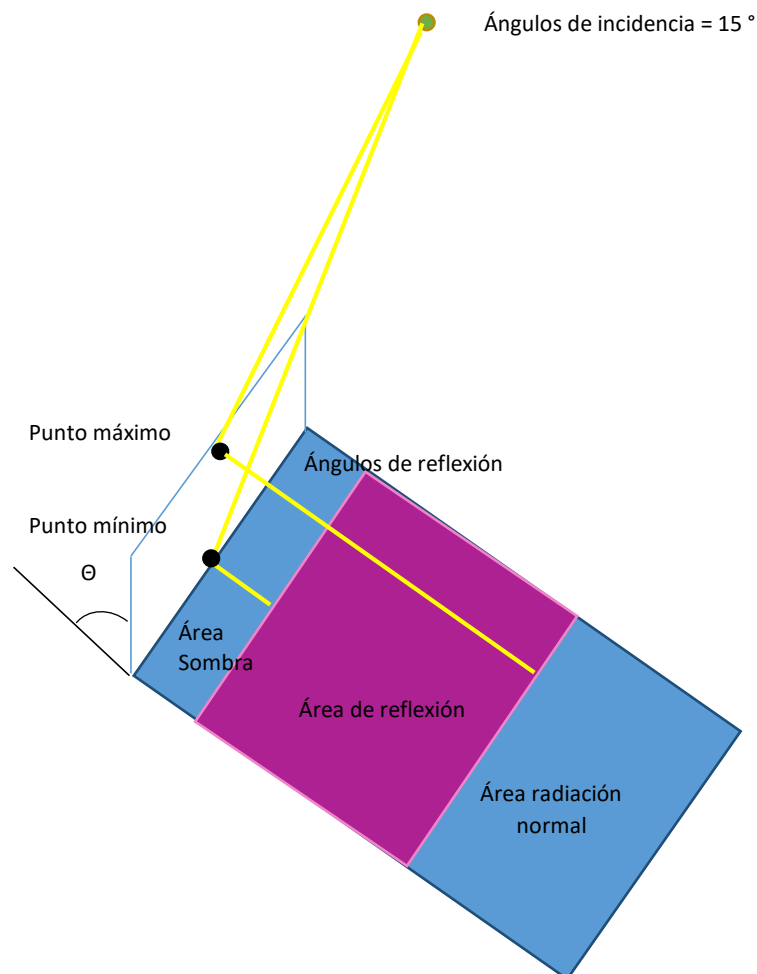


Fuente. El Autor



Con el objetivo de poder identificar las áreas involucradas en el comportamiento del sistema, dependiendo de la variación de los ángulos de inclinación de las superficies reflectantes, se elaboró un diagrama, ver Figura 13. Este indica el comportamiento de la radiación solar incidente sobre el sistema aplicando un ángulo de incidencia solar de  $15^\circ$ , y por medio del cálculo de los puntos máximos y mínimos de incidencia de los rayos solares sobre las superficies se determinan las áreas que intervienen en el sistema.

Figura 13. Puntos máximos y mínimos de incidencia de los rayos solares.



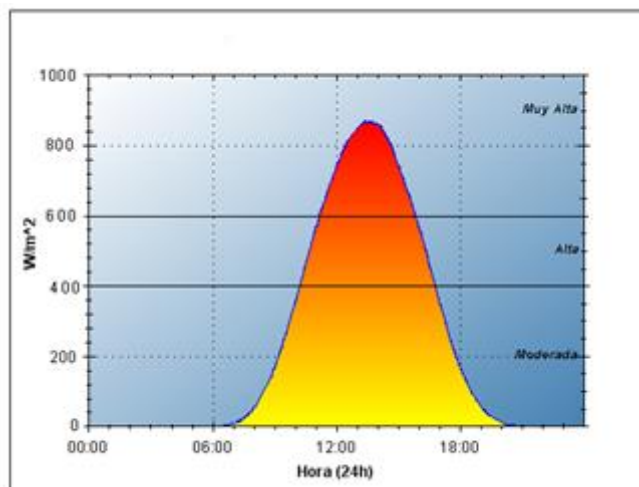
Fuente: el Autor

Se identificaron áreas de sombras, áreas de radiación normal, áreas de reflexión y el comportamiento de cada una, dependiendo de la hora del día y la ubicación angular del rayo solar incidente sobre las superficies.

Posteriormente se realizó el estudio experimental, con el propósito de recopilar información primaria en condiciones normales y reales del sistema de concentración.

Los experimentos y toma de datos se realizaron en días totalmente soleados en la ciudad de Bogotá, asumiendo una radiación directa y una distribución de radiación solar simétrica durante el día para facilitar la toma de los mismo y el desarrollo de los cálculos finales, (la presencia de las nubes modifica esta distribución, pero en el estudio no será tomada en cuenta), por lo tanto, el comportamiento de la distribución diaria de la radiación solar se puede observar en la Figura 14.

Figura 14. Distribución diaria de la radiación solar en un día sin nubes.



Fuente: SOLTEC. [imagen], 2011. Recuperado de: <http://www.soltec-energia.com/plantasolar.html>

Se identifica una distribución solar simétrica desde las 12 m hasta la puesta del sol 6 p.m. Por lo anterior se tomaron los datos de las muestras realizadas desde las

7:00 a.m. hasta las 12:00 m., para realizar el cálculo final de las áreas involucradas en el sistema y se procedió de la siguiente manera:

Se ubicó el prototipo con una dirección sur y un ángulo de inclinación de  $5^{\circ}$  de la superficie plana, condiciones que permanecerán constantes durante el desarrollo del estudio, se expuso a la radiación solar y se procedió a identificar las áreas involucradas en el sistema por medio de fotografías y observación sobre la superficie plana y el comportamiento que presentaron hora a hora de acuerdo con la ubicación del sol “ángulo de incidencia del rayo solar” y la variación de los ángulos de las cuatro superficies reflectantes y se identificaron:

- Áreas de reflexión que son emitidas por las superficies reflectantes y en donde el rayo solar incide perpendicularmente y se refleja sobre la superficie plana, se presenta como un aporte adicional a la captación de radiación normal.
- Áreas de radiación normal que están consideradas como la radiación solar incidente sobre la superficie plana sin tener contacto con las superficies reflectivas por lo tanto no presenta reflexión.
- Áreas de sombras donde no se presenta incidencia de los rayos solares sobre el sistema por lo tanto no hay aporte de radiación solar.

A continuación, en la Figura 15 se presenta como ejemplo la secuencia de las fotos experimentales tomadas en días totalmente soleado en la ciudad de Bogotá, con un ángulo de inclinación de las superficies reflectivas de  $30^{\circ}$  y de  $5^{\circ}$  para la superficie plana dirección sur y la toma de muestras se realizaron cada hora desde las 7:00 a.m. hasta las 6:00 p.m. (salida y puesta del sol).

Posteriormente se realizaron los diagramas ubicados a un lado de la fotografía Figura 15 acorde con las dimensiones del prototipo, con el propósito de obtener la

base de datos para desarrollar el cálculo de cada una de las áreas involucradas en el sistema. Los diagramas de los otros ángulos se encuentran en el Anexo C.

Figura 15. Fotos experimentales y diagramas para las superficies reflectivas con inclinación 30°

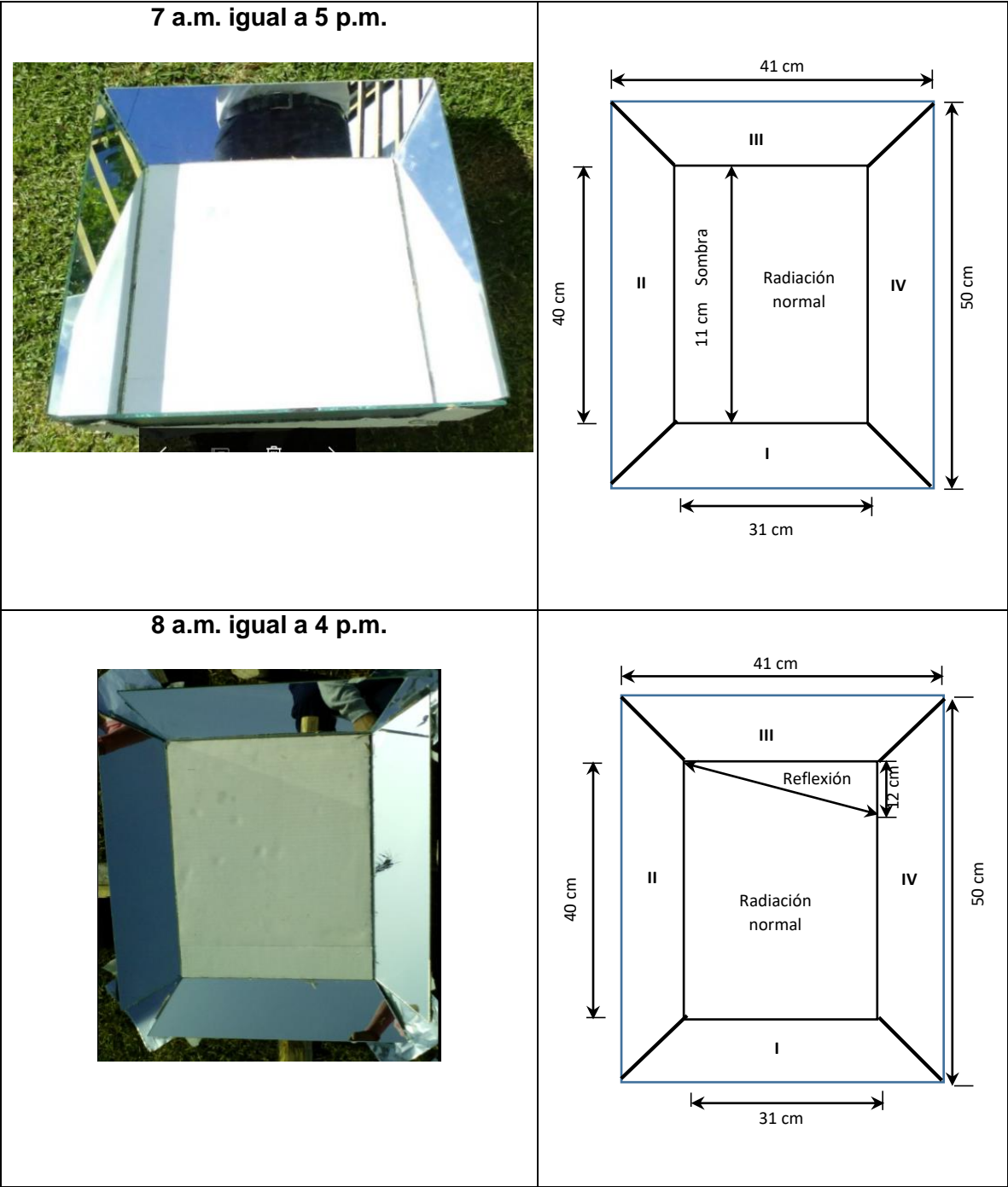


Figura 15. Fotos experimentales y diagramas para las superficies reflectivas con inclinación 30°

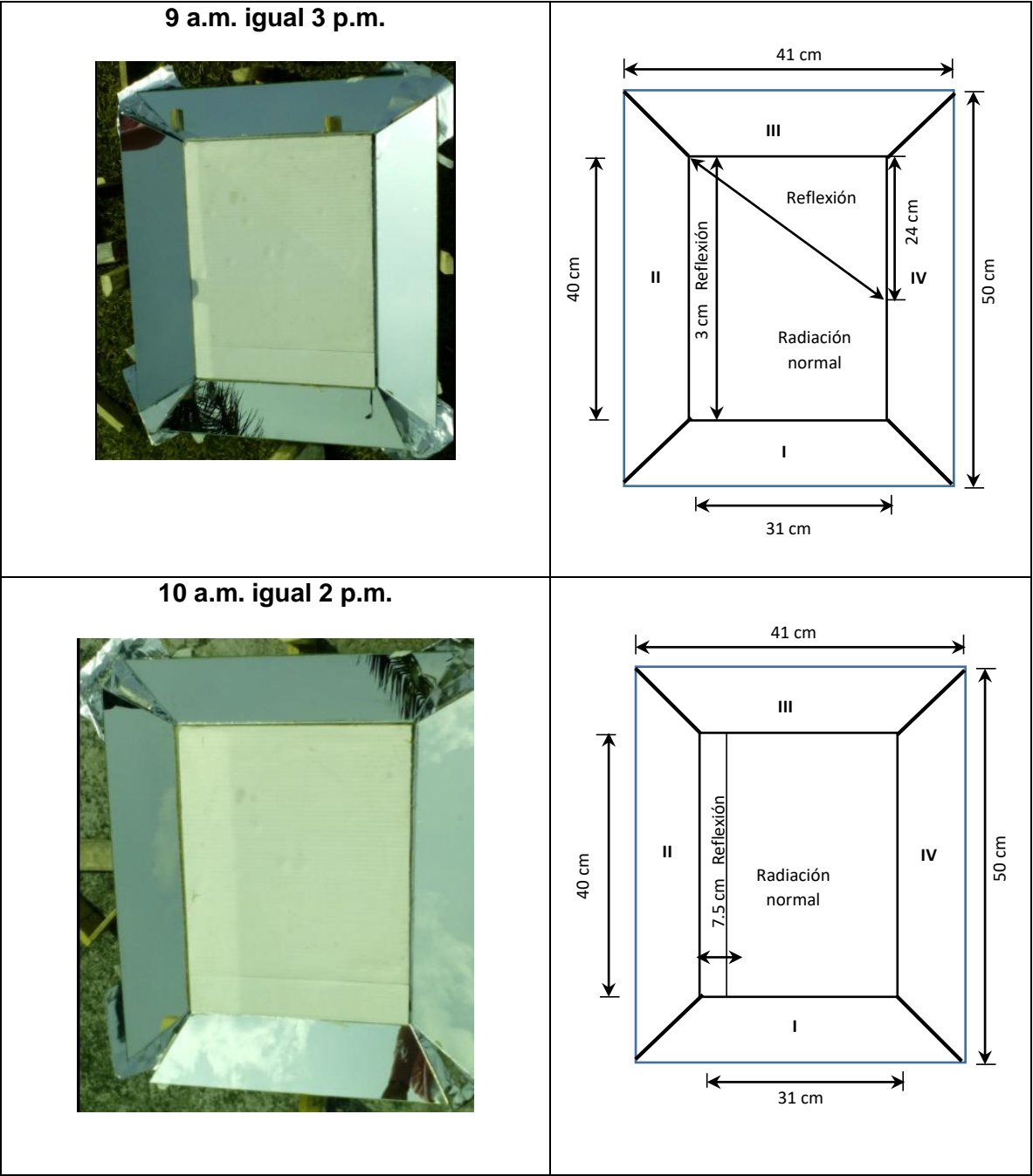
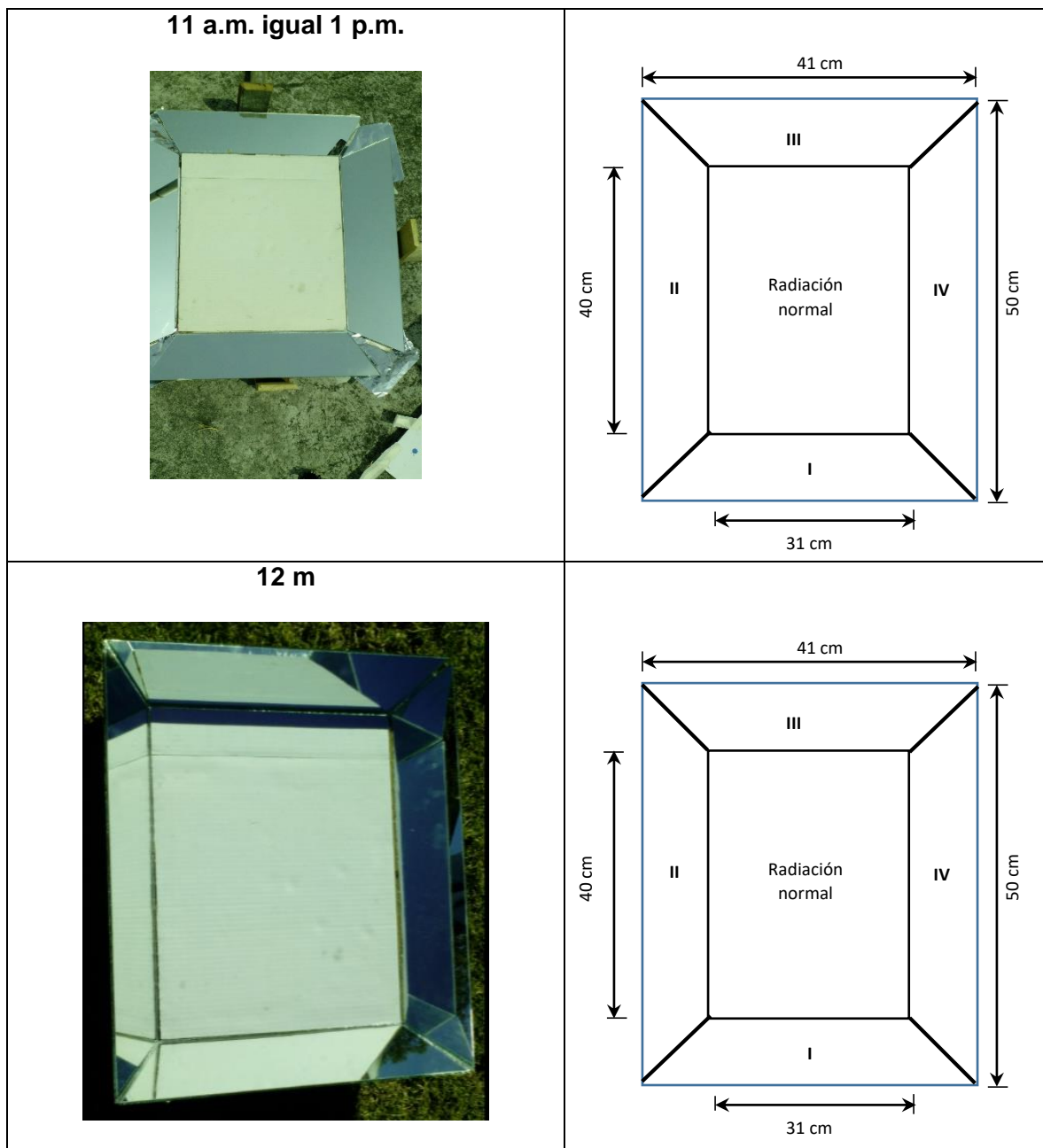


Figura 15. Fotos experimentales y diagramas para las superficies reflectivas con inclinación 30°



En la figura anterior se identifican las fracciones de las áreas involucradas en el sistema hora a hora. Posteriormente se efectuó el cálculo de la radiación solar global aportada por el sistema dependiendo del ángulo ( $\beta'$ ) de las superficies reflectivas y

se relacionó con la radiación global de la superficie principal y de cada una de las superficies reflectivas obtenidas en el cálculo teórico. Como ejemplo, se realiza el cálculo para el ángulo ( $\beta'$ ) de  $30^\circ$  ver Figura 16.

Figura 16. Diagrama y cálculo de las áreas identificadas con inclinación  $30^\circ$

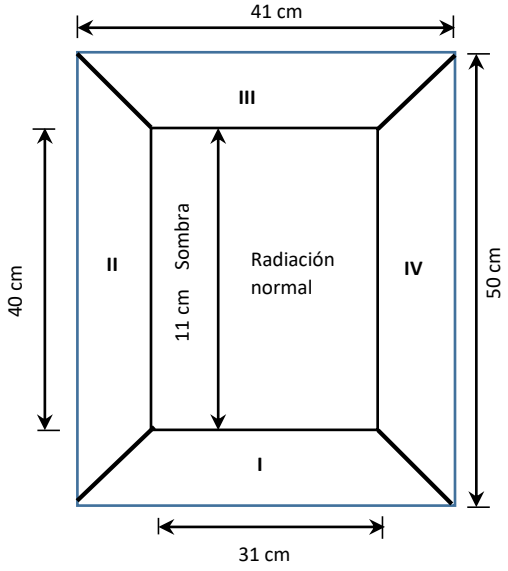
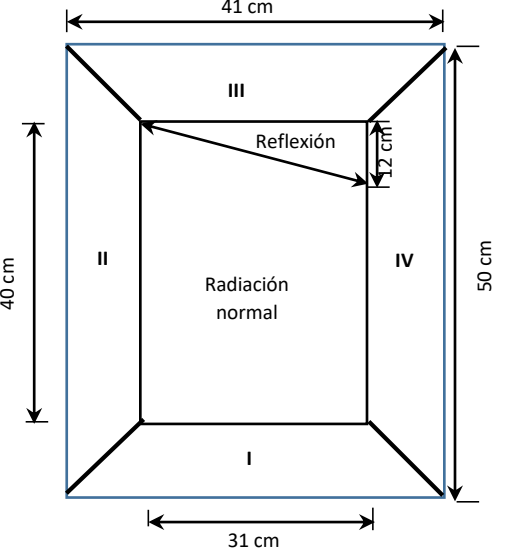
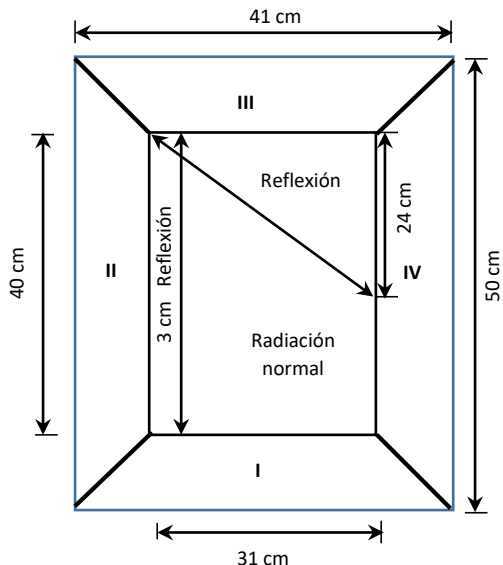
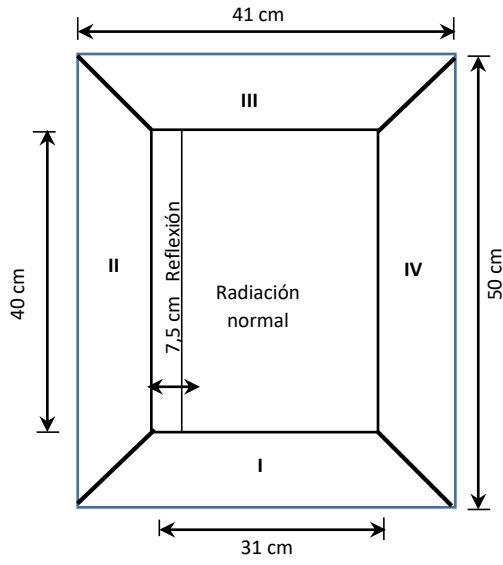
	<p><b>A las 7 a.m., presenta una sombra de 11 cm igual que a las 5 p.m.</b></p> <p>Dato de la radiación teórica en la superficie principal = <math>3.82 \text{ kWh/m}^2</math></p> $\text{Área en sombra} = 11\text{cm} * 41\text{cm}$ $\text{Fracción en sombra} = \frac{11\text{cm} * 41\text{cm}}{31\text{cm} * 41\text{cm}} = \frac{11}{31}$ $\text{Pérdidas} = -3,82 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} * \frac{11}{31} * \frac{2}{12} = 0,22 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2}$ <p>Donde <math>\frac{2}{12}</math> es la fracción de pérdidas</p>
	<p><b>8 a.m. igual 4 p.m.</b></p> $\text{Reflexión} = \frac{12\text{cm} * 31\text{cm}}{2} * 2 = 372\text{cm}^2$ $\text{Área} = 31\text{cm} * 41\text{cm} = 1271\text{cm}^2$ <p>Aporte</p> $\frac{1}{12} * 3,70 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} * (0,94) * \frac{744\text{cm}^2}{1271\text{cm}^2} = 0,169 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2}$ <p>Donde: Radiación teórica en la superficie III = <math>3,70 \text{ kWh/m}^2</math></p> <p>Índice de reflexión espejo = <math>0,94</math></p>

Figura 16. Diagrama y cálculo de las áreas identificadas con inclinación 30°

 <p>Diagrama de un cuadrado de 41 cm x 50 cm dividido en cuatro regiones (I, II, III, IV) por una línea diagonal y una línea horizontal. La región II es un rectángulo de 31 cm x 40 cm. La región III es un triángulo de 31 cm x 40 cm. La región IV es un triángulo de 31 cm x 24 cm. La región I es un triángulo de 31 cm x 3 cm. Se indica 'Reflexión' en la región II y 'Radiación normal' en la región I.</p>	<p><b>9 a.m. igual 3 p.m.</b></p> <p>Aporte superficie II</p> $\begin{aligned} \text{Área reflexión} &= 3\text{cm} * 41\text{cm} = 123\text{cm}^2 \\ \text{Área global} &= 31\text{cm} * 41\text{cm} = 1271\text{cm}^2 \\ \text{Fracción A} &= \frac{123\text{cm}^2}{1271\text{cm}^2} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{Aporte} &= 3,83 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} * \frac{123\text{cm}^2}{1271\text{cm}^2} * \frac{1}{12} * (0,94) \\ &= 0,029 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} \end{aligned}$ <p>Aporte superficie III</p> $\begin{aligned} \text{Área reflexión} &= \frac{24\text{cm} * 31\text{cm}}{2} = 372\text{cm}^2 \\ \text{Fracción} &= \frac{372}{1271} \\ \text{Aporte} &= 3,70 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} * (0,94) * \frac{372}{1271} * \frac{1}{12} \\ &= 0,084 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} \end{aligned}$
 <p>Diagrama de un cuadrado de 41 cm x 50 cm dividido en cuatro regiones (I, II, III, IV) por una línea diagonal y una línea horizontal. La región II es un rectángulo de 31 cm x 40 cm. La región III es un triángulo de 31 cm x 40 cm. La región IV es un triángulo de 31 cm x 24 cm. La región I es un triángulo de 31 cm x 3 cm. Se indica 'Reflexión' en la región II y 'Radiación normal' en la región I.</p>	<p><b>10 a.m. igual 2 p.m.</b></p> <p>Aporte superficie II</p> $\begin{aligned} \text{Área reflexión} &= 7,5\text{cm} * 40\text{cm} = 300\text{cm}^2 \\ \text{Fracción} &= \frac{300}{1271} \\ \text{Aporte} &= 3,83 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} * \frac{300\text{cm}^2}{1271\text{cm}^2} * \frac{1}{12} * (0,94) \\ &= 0,071 \frac{\text{kWh}}{\text{m}^2} \end{aligned}$



La Figura 16 nos proporciona los datos de radiación global hora a hora, teniendo en cuenta la simetría solar que se presenta por tratarse de un día totalmente despejado se distinguen horas que presentan el mismo comportamiento para el caso tratado. Se realiza la sumatoria del aporte signo positivo de radiación solar que se identifican como las áreas de reflexión y las perdidas representadas por las áreas de sombras presentes en el sistema con signo negativo.

$$\begin{aligned} Sumatoria = 3,82 \frac{kWh}{m^2} - 0,22 \frac{kWh}{m^2} + \left( 2 * 0,169 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0,029 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ + \left( 2 * 0,084 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0,071 \frac{kWh}{m^2} \right) = 4,306 \frac{kWh}{m^2} \end{aligned}$$

El valor  $4,306 \frac{kWh}{m^2}$  corresponde a la radiación global que aporta el sistema de concentración con un ángulo de inclinación de 30°. Los cálculos de radiación solar del sistema de concentración en diferentes ángulos se encuentran en el Anexo D.

Posteriormente se realizó la toma de la radiación solar instantánea real sobre un panel solar para obtener una medida para la ciudad de Bogotá. Para lo cual se usaron los siguientes equipos:

La Figura 17 muestra el Piranometro marca Kipp and Zonen modelo CMP 3 serie 103, sensibilidad de  $16,26 \times 10^{-6} V/Wm^{-2}$ , equipo adscrito a los laboratorios de la Universidad Libre Sede Bosque Popular con el número de inventario 027659, el cual tiene la característica de medir la radiación solar global enmarcada en un entorno de 180°, la ficha técnica se encuentra en el Anexo E.

Figura 17. Piranometro



Fuente: El Autor

La Figura 18 muestra el multímetro digital marca Fluke modelo 115 serie 99761092 equipo adscrito a los laboratorios de la Universidad Libre Sede Bosque Popular con el número de inventario 013993. Las especificaciones se encuentran en el Anexo F.

Figura 18. Multímetro digital



Fuente: El Autor

La Figura 19 muestra el panel solar monocristalino serie 10021100058 equipo adscrito a los laboratorios de la Universidad Libre Sede Bosque Popular con número de placa de inventario 2947, las especificaciones se encuentran en el Anexo G.

Figura 19. Panel solar



Fuente: El Autor

En la Figura 20 (a) y (b), se puede observar el montaje y la medida obtenida en la realización de la prueba con el propósito de tener una medida de referencia real y hacer una comparación del comportamiento de la captación solar del sistema con y sin el acople de concentración en V.

Figura 20. Montaje de radiación global panel solar sin y con sistema de concentración en V.



(a)



(b)

De acuerdo a la ficha técnica del piranometro se muestra la ecuación para determinar la radiación solar instantánea.

$$E_{solar} = \frac{U_{emf}}{S}$$

**Ecuación 23.**

Donde

E solar [W/m<sup>2</sup>] = Irradiación  
 U emf [μV] = Voltaje de salida  
 S [μV/ [W/m<sup>2</sup>] = Sensibilidad

En la cuarta y última fase de la investigación, se procedió a desarrollar un modelo matemático de regresión lineal, y en estado estacionario, puesto que representa una variable causada en función de la modificación de las variables causales.

La variable respuesta será la energía captada por el sistema de concentración en V, en función de dos (2) variables: área de las superficies reflectoras (espejos) y el ángulo de inclinación de cada una de las superficies.

El modelo está condicionado a las restricciones de las variables de entrada, relacionadas a continuación:

- Áreas de reflexión incidentes en la superficie base: Las dimensiones específicas del sistema se estudiarán para determinar el efecto de esta variable en el proceso de captación de energía.
- El ángulo de inclinación de las superficies: para determinar las áreas de reflexión.

## 7. RESULTADOS Y ANÁLISIS

### 7.1 DESARROLLO DEL ESTUDIO COMPUTACIONAL EN ESTADO ESTACIONARIO DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V.

Con la información obtenida de la primera fase mediante la recolección, revisión y análisis, se realizó un diagnóstico de fuentes pertinentes para el desarrollo del estudio teórico computacional. El desarrollo del estudio teórico computacional tiene como fundamento la metodología descrita en el marco metodológico capítulo 6, dando como resultado una matriz en Excel, Anexo B, donde se obtuvo los resultados totales la radiación global  $H(\beta)$  teórica de cada una de las superficies que integran el sistema de concentración, día a día durante un año.

En la Tabla 2 se resumen los resultados conseguidos en la matriz de cálculos de radiación global, Anexo B, correspondientes al promedio diario con base en los ángulos por superficie ( $\beta'$ ), de inclinación ( $\beta$ ) y azimut ( $\gamma$ ) del sistema de concentración desarrollados en el estudio teórico.

Tabla 2. Resultados del promedio de radiación diaria de las superficies.

Ángulo ( $\beta'$ ) por superficie	Angulo de inclinación ( $\beta$ )	Azimut ( $\gamma$ )	Valor mínimo $H(\beta)$ (kWh/m <sup>2</sup> )	Valor máximo $H(\beta)$ (kWh/m <sup>2</sup> )	Promedio diario $H(\beta)$ (kWh/m <sup>2</sup> )
Principal	5°	0°	3,50	4,30	3,82
I-15°	20°	0°	3,46	4,26	3,79
I-30°	35°	0°	3,35	4,14	3,68
I-45°	50°	0°	3,18	3,96	3,51
I-60°	65°	0°	2,96	3,72	3,29
II-15°	5°	-75°	3,50	4,30	3,83
II-30°	5°	-60°	3,50	4,30	3,83
II-45°	5°	-45°	3,50	4,30	3,83

Tabla 2. Resultados del promedio de radiación diaria de las superficies.

II-60°	5°	-30°	3,50	4,30	3,83
III-15°	-10°	0°	3,48	4,27	3,80
III-30°	-25°	0°	3,39	4,16	3,70
III-45°	-40°	0°	3,25	3,98	3,55
III-60°	-55°	0°	3,05	3,75	3,34
IV-15°	5°	75°	3,50	4,30	3,83
IV-30°	5°	60°	3,50	4,30	3,83
IV-45°	5°	45°	3,50	4,30	3,83
IV-60°	5°	30°	3,50	4,30	3,83

Fuente: el Autor.

Como se observa en la Tabla 2 en la superficie principal se encontró un valor de radiación global mínimo y máximo de 3,50 y 4,30 kWh/m<sup>2</sup> respectivamente, y promedio diario de 3,82 kWh/m<sup>2</sup>. En las superficies II y IV los valores mínimos y máximos (3,50 y 4,30 kWh/m<sup>2</sup>) son iguales para todos los ángulos, y por consiguiente el valor del promedio diario de 3,83 kWh/m<sup>2</sup>, por lo tanto, no interfieren en el comportamiento del sistema de concentración. Las superficies I y III presentan mayor variedad en los valores mínimos y máximos, pero encontrándose valores más altos en el ángulo de 15°, lo cual quiere decir que las superficies I y III presentan una captación de radiación solar mayor incrementando los valores promedios de la radiación global.

En general los resultados de la Tabla 2 nos indican el comportamiento que presenta el sistema de concentración durante todo un año, tiene concordancia con los datos suministrados por los entes gubernamentales que dan un promedio para la ciudad de Bogotá de entre 3 y 4 kWh/m<sup>2</sup>.<sup>57</sup> Por lo que el estudio teórico computacional se ajusta al rango promedio y nos sirve como referente positivo para el desarrollo de la fase experimental.

<sup>57</sup> IDEAM - Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales.

## 7.2 ESTUDIO EXPERIMENTAL, PARA LA TOMA DE DATOS DEL SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V.

Para el desarrollo de la fase experimental se obtuvo la información proporcionada en el estudio de campo y reflejadas en el prototipo ver Figura 11, cuyo objetivo fue tomar las muestras de radiación incidente sobre el sistema, con el fin de obtener la radiación global  $H(\beta)$  experimental del sistema, con base en las áreas efectivas (reflexión) y las que producen sombras (pérdidas) sobre la superficie plana. En la Figura 16 se presentan los diagramas y cálculos de las áreas identificadas con un ángulo de inclinación  $30^\circ$ , se muestra un ejemplo de cómo se identificaron dichas áreas, el total de los diagramas se encuentran en el Anexo C.

Según los resultados obtenidos, se puede determinar e identificar áreas que aportan radiación solar y áreas que producen sombras equivalentes a pérdidas, que hacen cambiar el comportamiento del sistema hora a hora, de acuerdo con estos resultados se puede evidenciar que las superficies inclinadas reflectivas aportan de alguna manera, es decir que las ganancias de radiación son mayores que las pérdidas por sombras a ciertas horas del día. Por lo tanto, la adición de las superficies inclinadas reflectivas ayudan positivamente a mejorar la captación de radiación solar de un panel solar.

A continuación, se presentan los resultados de la sumatoria para el sistema de acuerdo a los ángulos de inclinación seleccionados.

$$\begin{aligned} \text{Ángulo de inclinación } 15^\circ \quad \text{Sumatoria} &= 3.82 \frac{kWh}{m^2} - 3.82 \frac{kWh}{m^2} * \frac{2}{31} * \frac{2}{12} \\ &= 3.82 \frac{kWh}{m^2} * \frac{92}{93} = 3.77 \frac{kWh}{m^2} \end{aligned}$$

Ángulo de  
inclinación 30°

$$\begin{aligned} Sumatoria &= 3.82 \frac{kWh}{m^2} - 0.22 \frac{kWh}{m^2} + \left( 2 * 0.169 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.029 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0.084 \frac{kWh}{m^2} \right) + (2 \\ &* 0.071 \frac{kWh}{m^2}) = 4.306 \frac{kWh}{m^2} \end{aligned}$$

Ángulo de  
inclinación 45°

$$\begin{aligned} Sumatoria &= 3.82 \frac{kWh}{m^2} - 0.24 \frac{kWh}{m^2} - 0.206 \frac{kWh}{m^2} \\ &+ \left( 2 * 0.0706 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0.0177 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &- 0.020 \frac{kWh}{m^2} + \left( 2 * 0.016 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.043 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0.0302 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.0987 \frac{kWh}{m^2} \right) + 0.036 \frac{kWh}{m^2} = 3.94 \frac{kWh}{m^2} \end{aligned}$$

Ángulo de  
inclinación 60°

$$\begin{aligned} Total\ 60^\circ &= 3.82 \frac{kWh}{m^2} - 0.22 \frac{kWh}{m^2} + \left( 2 * 0.0149 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.0151 \frac{kWh}{m^2} \right) - 0.123 \frac{kWh}{m^2} \\ &+ \left( 2 * 0.034 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0.0337 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &- 0.123 \frac{kWh}{m^2} - 0.020 \frac{kWh}{m^2} + \left( 2 * 0.055 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.054 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0.091 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.024 \frac{kWh}{m^2} \right) + \left( 2 * 0.025 \frac{kWh}{m^2} \right) \\ &+ \left( 2 * 0.0193 \frac{kWh}{m^2} \right) + 0.319 \frac{kWh}{m^2} = 4.385 \frac{kWh}{m^2} \end{aligned}$$

Los resultados de la radiación global  $H(\beta)$  experimental y los obtenidos mediante la matriz (teóricos) se observan en la Tabla 3.



Tabla 3. Radiación solar global del sistema.

Angulo de inclinación ( $\beta$ )	Radiación H( $\beta$ ) experimental (kWh/m <sup>2</sup> )	Radiación H( $\beta$ ) teórica (kWh/m <sup>2</sup> )
0	3,880	3,82
15	3,882	3,81
30	4,180	3,76
45	3,879	3,68
60	4,336	3,57
15	3,858	3,81
30	4,364	3,76
45	4,001	3,68
60	4,434	3,57

Fuente: el Autor.

Se identifica que el sistema presenta una mayor captación solar cuando el ángulo de inclinación del sistema es de 60° obteniéndose una H( $\beta$ ) de 4,336 kWh/m<sup>2</sup> y 4,434 kWh/m<sup>2</sup> lo cual indica un aumento en la radiación global comparado con el valor teórico que corresponde 3,57 kWh/m<sup>2</sup> a 60°.

Con el fin de corroborar que la captación de radiación aumenta mediante el uso del sistema de concentración según los cálculos experimentales, se realizó una toma real de radiación de un panel solar solo y otra acoplado al sistema de concentración en V, el montaje y realización de la muestra se puede observar en la Figura 21 (a) y (b).

Figura 21. Medida de radiación panel solar – sistema de concentración



(a)



(b)

Utilizando la ecuación 23 se determina la radiación solar instantánea correspondiente a la ciudad de Bogotá un día cualquiera.

Donde:

$E_{solar}$  [ $W/m^2$ ] = Irradiación

$U_{emf}$  [V] = Voltaje de salida del multímetro para la figura (a) = 3,3 mV = 0,0033 V

$U_{emf}$  [V] = Voltaje de salida del multímetro para la figura (b) = 4,5 mV = 0,0045 V

$S$  [ $V/Wm^{-2}$ ] = Sensibilidad del piranometro =  $16,26 \times 10^{-6} V/Wm^{-2}$

$$E_{solar(a)} = \frac{U_{emf}}{S} = \frac{0,0033 V}{16,26 \times 10^{-6} V/Wm^{-2}} = 202.95 \frac{W}{m^2}$$

$$E_{solar(b)} = \frac{U_{emf}}{S} = \frac{0,0045 V}{16,26 \times 10^{-6} V/Wm^{-2}} = 276.75 \frac{W}{m^2}$$

Se puede observar que se obtiene una medida de 3,3 mV ver Figura 21(a) y la medida acoplado al sistema “prototipo” es de 4,5 mV, Figura 21(b), y realizando el cálculo de la radiación nos indica que el sistema de concentración presenta un aumento de captación solar instantánea, dicha información sirve como referente para predecir y demostrar que el sistema puede funcionar.

### **7.3 DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO QUE ESTABLEZCA EL COMPORTAMIENTO DEL PANEL SOLAR ACOPLADO AL SISTEMA DE CONCENTRACIÓN EN V.**

Como datos de entrada para la construcción del modelo matemático se tienen los resultados obtenidos del cálculo teórico y experimental, las áreas y los ángulos de inclinación de las superficies reflectantes, relacionados en la Tabla 4.

Tabla 4. Resultados de cálculos teórico y experimental.

B´	Áreas (cm <sup>2</sup> )					Ángulos (°)					Energía captada (kWh/m <sup>2</sup> )	
	Base	S1	S2	S3	S4	Base	S1	S2	S3	S4	Teórica	Experimental
0	1271	360	460	360	460	5	5	90	-5	-90	3,82	3,880
15	1271	360	460	360	460	5	20	75	-10	-75	3,81	3,882
30	1271	360	460	360	460	5	35	60	-25	-60	3,76	4,180
45	1271	360	460	360	460	5	50	45	-35	-45	3,68	3,879
60	1271	360	460	360	460	5	65	30	-55	-30	3,57	4,336
15	1271	360	460	360	460	5	20	75	-10	-85	3,81	3,858
30	1271	360	460	360	460	5	35	60	-25	-60	3,76	4,364
45	1271	360	460	360	460	5	50	45	-35	-45	3,68	4,001
60	1271	360	460	360	460	5	65	30	-55	-30	3,57	4,434

Fuente: el Autor. ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

Posteriormente se deben determinar las coordenadas en seno y coseno de cada uno de los ángulos de las superficies. Ver tabla 5.

Tabla 5. Calculo de senos y cosenos de cada uno de los ángulos.

B´	Cosenos (rad)					Senos (rad)				
	Base	S1	S2	S3	S4	Base	S1	S2	S3	S4
0	0,996	1,00	0,00	1,00	0,00	0,09	0,09	1,00	-0,09	-1,00
15	0,996	0,94	0,26	0,98	0,26	0,09	0,34	0,97	-0,17	-0,97
30	0,996	0,82	0,50	0,91	0,50	0,09	0,57	0,87	-0,42	-0,87
45	0,996	0,64	0,71	0,82	0,71	0,09	0,77	0,71	-0,57	-0,71
60	0,996	0,42	0,87	0,57	0,87	0,09	0,91	0,50	-0,82	-0,50
15	0,996	0,94	0,26	0,98	0,09	0,09	0,34	0,97	-0,17	-1,00
30	0,996	0,82	0,50	0,91	0,50	0,09	0,57	0,87	-0,42	-0,87
45	0,996	0,64	0,71	0,82	0,71	0,09	0,77	0,71	-0,57	-0,71
60	0,996	0,42	0,87	0,57	0,87	0,09	0,91	0,50	-0,82	-0,50

Fuente: el Autor.

Seguidamente se determinan las áreas de reflexión por la multiplicación de las áreas de cada superficie con su respectivo seno y coseno ver Tabla 6.

Tabla 6. Áreas de reflexión de las superficies.

B`	Área reflectada en el coseno (cm <sup>2</sup> )					Área reflectada en el seno (cm <sup>2</sup> )				
	Base	SI	SII	SIII	SIV	Base	SI	SII	SIII	SIV
0	1.266	359	0	359	0	111	31	460	-31	-460
15	1.266	338	119	355	119	111	123	444	-63	-444
30	1.266	295	230	326	230	111	206	398	-152	-398
45	1.266	231	325	295	325	111	276	325	-206	-325
60	1.266	152	398	206	398	111	326	230	-295	-230
15	1.266	338	119	355	40	111	123	444	-63	-458
30	1.266	295	230	326	230	111	206	398	-152	-398
45	1.266	231	325	295	325	111	276	325	-206	-325
60	1.266	152	398	206	398	111	326	230	-295	-230

Fuente: el Autor.

Con los resultados de las tablas anteriores se elabora la base de datos para estimar los coeficientes de correlación y los coeficientes del efecto del área reflectada. A partir de estos, se elabora la matriz de correlaciones entre las diferentes variables, para identificar la proporción del parecido entre el par de variables, con relación al ángulo de inclinación, las áreas de reflexión proyectadas en el seno y coseno respecto a los valores objetivos del valor mínimo o máximo y el promedio diario de radiación solar capturada.

Cabe notar que cuando las variables dependientes están asociadas con las variables independientes con un coeficiente de correlación cercano a +/- 1 se espera que entre ellas se obtendrá un alto nivel de representación. Es de recordar que el coeficiente de correlación varía entre -1 y 1. Los valores cercanos al -1 representan una proyección contraria entre el par de variables, esto es al aumentar una variable entonces disminuirá la otra; y por lo contrario al disminuir una variable entonces se ampliará la otra. De la misma forma una relación cercana a +1 implica un incremento y/o disminución en una variable directamente proporcional con la otra. De otro lado el coeficiente de correlación cuadrado implica la proporción de explicación entre el par de variables. Los resultados de las tablas de correlación y determinación se muestran a continuación:

Tabla 7. Resultados correlación.

<b>Correlaciones</b>	<b>Medida</b>	<b>Teórica</b>	<b>Coseno SI</b>	<b>Coseno SII</b>	<b>Coseno SIII</b>	<b>Coseno SIV</b>	<b>Seno SI</b>	<b>Seno SII</b>	<b>Seno SIII</b>
Teórica	-0,66								
Coseno SI	-0,67	1,00							
Coseno SII	0,67	-0,93	-0,95						
Coseno SIII	-0,72	0,99	0,98	-0,89					
Coseno SIV	0,68	-0,93	-0,95	0,99	-0,88				
Seno SI	0,67	-0,92	-0,95	1,00	-0,88	0,99			
Seno SII	-0,66	1,00	1,00	-0,94	0,99	-0,93	-0,93		
Seno SIII	-0,73	0,98	0,99	-0,98	0,96	-0,98	-0,97	0,98	
Seno SIV	0,67	-1,00	-1,00	0,94	-0,98	0,94	0,93	-1,00	-0,98

Fuente: el Autor.

Tabla 8. Resultados determinación.

<b>Determinaciones</b>	<b>Medida</b>	<b>Teórica</b>	<b>Coseno SI</b>	<b>Coseno SII</b>	<b>Coseno SIII</b>	<b>Coseno SIV</b>	<b>Seno SI</b>	<b>Seno SII</b>	<b>Seno SIII</b>
Teórica	0,44								
Coseno SI	0,45	1,00							
Coseno SII	0,45	0,87	0,91						
Coseno SIII	0,51	0,98	0,96	0,79					
Coseno SIV	0,47	0,86	0,90	0,97	0,78				
Seno SI	0,45	0,85	0,90	1,00	0,78	0,97			
Seno SII	0,44	1,00	1,00	0,89	0,97	0,87	0,87		
Seno SIII	0,53	0,95	0,97	0,96	0,91	0,95	0,95	0,96	
Seno SIV	0,45	1,00	1,00	0,88	0,97	0,89	0,87	1,00	0,97

Fuente: el Autor.

Dado que los coeficientes de correlación entre las variables son superiores a 0,97 entonces por simplicidad se tomará el valor promedio teórico de radiación solar, por lo tanto, las anteriores tablas comparan las medidas experimentales y valores teóricos, con las áreas reflectadas por el coseno y seno para cada superficie.

Puede verse, que el coeficiente de correlación entre la medida experimental y el valor teórico es de -0.66 con lo que los valores medidos experimentalmente van en una dirección contraria a los valores teóricos. Al encontrar el coeficiente de determinación entre este par de variables se observa que es del 0.44 o 44%, es decir, el comportamiento de la medición teórica explica el 44% de la información medida en campo. Se puede evidenciar una diferencia entre lo experimental y lo teórico a causa de las condiciones específicas de la radiación solar en Bogotá.

Así, las dos medidas de desempeño relevantes en las tablas de correlación y determinación serán de forma independiente el valor medido en campo y el valor teórico calculado, ya que cada una posee un comportamiento independiente al otro del 56%.

Al comparar las correlaciones entre las variables independientes las áreas de superficie para cada una de las proyecciones en los ejes de seno y coseno con la variable dependiente de la medida experimental, se identifica que todas ellas tienen un valor absoluto superior a 0.66, es decir todas estas superficies tienen algún aporte o disminución en el valor promedio de la radiación medida experimentalmente. Lo anterior se puede ver en la Tabla 8 de las determinaciones de que todas tienen un coeficiente de determinación superior a 0.44, o 44%.

De otro lado la correlación entre variables dependientes y el valor teórico en términos absolutos y en cualquier caso es superior a 0.92 o 92%. Esto se refleja en coeficientes de determinación superiores al 0.85 o 85%. Por lo tanto, se identifica una mayor correspondencia entre los valores de las áreas y los cálculos teóricos.

Sin embargo, cabe notar que la matriz de correlaciones entre los valores de las áreas reflectadas de cada una de las superficies en valor absoluto son superiores al 0.90, esto es, cada una de las columnas con información de las áreas reflectadas se parece a otra de las columnas en un valor absoluto del 90% o más.

Por lo anterior, y dado que el método utilizado para el cálculo de los coeficientes en el modelo de regresión es el de mínimos cuadrados ordinarios, entonces se prevé fallas en los cálculos de los coeficientes cuando estén presentes dos o más variables independientes ya que este diseño de datos lleva a una situación de

multicolinealidad. Por lo anterior, el coeficiente de regresión de cada una de las variables independientes se calculó por un modelo de regresión lineal simple.

A continuación, se determinan los parámetros necesarios para la construcción del modelo de optimización a partir de los datos de entrada. Por lo anterior los modelos para calcular la energía captada por el sistema de concentración en V serán:

$$Y_{Exi} = B_{Exoi} + B_{Exi}X_i \quad \text{Ecuación 24.}$$

$$Y_{Ti} = B_{Toi} + B_{Ti}X_i \quad \text{Ecuación 25.}$$

Dónde

$Y_{Exi}$ = Promedio diario, (kW/díacm<sup>2</sup>), estimado de radiación solar experimental, Ex, basado en la variable  $X_i$

$B_{Exoi}$ = coeficiente estimado, (kW/díacm<sup>2</sup>), para el intercepto de los datos experimentales, Ex, basado en la superficie de la base.

$B_{Exi}$ = coeficiente estimado, (kW/díacm<sup>4</sup>), del aporte por centímetro cuadrado los datos medidos, M, basado en la superficie proyectada

$X_0$ = termino fijo o intercepto, correspondiente a la superficie de la base, cm<sup>2</sup>.

$X_1$ = proyección en la superficie base, cm<sup>2</sup>; coseno ángulo I por la superficie I

$X_2$ = proyección en el azimut, cm<sup>2</sup>; coseno ángulo II por la superficie II

$X_3$ = proyección en la superficie base, cm<sup>2</sup>; coseno ángulo III por la superficie III

$X_4$ = proyección en el azimut, cm<sup>2</sup>; coseno ángulo IV por la superficie IV

$X_5$ = proyección en la superficie base, cm<sup>2</sup>; seno ángulo I por la superficie I

$X_6$ = proyección en el azimut, cm<sup>2</sup>; seno ángulo II por la superficie II

$X_7$ = proyección en la superficie base, cm<sup>2</sup>; seno ángulo III por la superficie III

$X_8$ = proyección en el azimut, cm<sup>2</sup>; seno ángulo IV por la superficie IV

$Y_{Ti}$ = Promedio diario estimado, (kW/díacm<sup>2</sup>), de radiación solar teórica, T, basado en la variable  $X_i$

$B_{T_{oi}}$ = coeficiente estimado, (kW/díacm<sup>2</sup>), para el intercepto de los datos teóricos, T, basado en la superficie de la base

$B_{T_i}$ = coeficiente estimado, (kW/díacm<sup>4</sup>), del aporte por centímetro cuadrado los datos teóricos, T, basado en la superficie de la base

Para la construcción del modelo es necesario obtener los coeficientes o factores constantes para determinar la fracción de energía captada, y se procede de la siguiente manera:

Mediante una regresión en Excel, de los datos teóricos de la energía captada (kWh/m<sup>2</sup>), relacionados en la Tabla 4, con los datos de la superficie I reflectada por coseno (SI), indicados en la Tabla 6, se obtuvo la Tabla 9:

Tabla 9. Resumen regresión lineal del modelo

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0,99752726
Coeficiente de determinación $r^2$	0,99506063
$r^2$ ajustado	0,99435501
Error típico	0,00739764
Observaciones	9

#### ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	1	0,077172	0,0771724	1410,18511	2,469E-09
Residuos	7	0,000383	5,472E-05		
Total	8	0,077555			

	<i>Coeficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>
Intercepción	3,3842973	0,009216	367,20390	2,9333E-16	3,362504
SI	0,0012546	3,34E-05	37,552431	2,4696E-09	0,001175



La Tabla 9, muestra el análisis de varianza (ANOVA) de los resultados obtenidos, esta indica los parametros más influyentes con un intervalo de confianza del 95%, es decir, con un error máximo permisible del 5%. El coeficiente de correlación ( $r$ ) de 0.99 lo cual indica un porcentaje alto entre las variables. Se obtuvo una buena correlación (valor de  $r^2$ ) de 0.99. El valor crítico de  $F$  o valor  $P$  es de 2,469E-09. El valor del coeficiente obtenido para el área reflectada por coseno de la superficie I es 0,0012545.

El resumen de los modelos asociados a los datos experimentales y a los datos teóricos encontrados se muestran en las Tablas 10 y 11. La primera columna contiene el área o variable de la cual se está hablando, es de recordar que cada área tiene proyección de seno y otra de coseno; la siguiente columna ( $r$ ) es el coeficiente de correlación, indica el parecido por proyección; después sigue el coeficiente de determinación ( $r^2$ ); posteriormente está el estadístico ( $F$ ) calculado en la regresión; le siguen los estimadores del modelo en el intercepto y el de la variable; las dos últimas columnas están asociados a la probabilidad de rechazar el coeficiente del intercepto, el coeficiente de la variable y el modelo. En este caso dado que solamente existe una variable independiente el valor  $P$  del modelo y de la variable son el mismo.

Tabla 10. Resumen modelos asociados a los datos experimentales.

Área, datos experimentales	$r$	$r^2$ ajustado	$F$	Intercepto	Variable	Valor P Intercepto	Valor P, modelo y Variable
Coseno Superficie I	0,67	0,37	5,67	4,643	-0,0021	0,000	0,049
Coseno Superficie II	0,67	0,37	5,76	3,798	0,0012	0,000	0,047
Coseno Superficie III	0,72	0,44	7,37	4,981	-0,0030	0,000	0,030
Coseno Superficie IV	0,68	0,39	6,18	3,823	0,0011	0,000	0,042
Seno Superficie I	0,67	0,37	5,70	3,743	0,0016	0,000	0,048
Seno Superficie II	0,66	0,36	5,52	4,748	-0,0018	0,000	0,051
Seno Superficie III	0,73	0,47	8,03	3,784	-0,0018	0,000	0,025
Seno Superficie IV	0,67	0,37	5,67	4,743	0,0018	0,000	0,049

Fuente: el Autor.

Tabla 11. Resumen modelos asociados a los datos teóricos.

Área, datos teóricos	r	r <sup>2</sup> ajustado	F	Intercepto	Variable	Valor P Intercepto	Valor P, modelo y Variable
Coseno Superficie I	1,00	0,99	1.410,19	3,384	0,0013	0,000	0,000
Coseno Superficie II	0,93	0,85	45,14	3,876	-0,0007	0,000	0,000
Coseno Superficie III	0,99	0,98	314,72	3,222	0,0016	0,000	0,000
Coseno Superficie IV	0,93	0,84	42,08	3,859	-0,0006	0,000	0,000
Seno Superficie I	0,92	0,83	40,18	3,906	-0,0009	0,000	0,000
Seno Superficie II	1,00	1,00	7.669,80	3,318	0,0011	0,000	0,000
Seno Superficie III	0,98	0,95	147,26	3,878	0,0010	0,000	0,000
Seno Superficie IV	1,00	1,00	2.446,81	3,324	-0,0010	0,000	0,000

Fuente: el Autor.

Respecto a los resultados particulares en cada una de las tablas se observa que los coeficientes de correlación para los datos experimentales no son superiores a 0.74, por lo tanto, los coeficientes de r cuadrado ajustado no son superiores a 0.47. Sin embargo, en todos los casos el máximo nivel de error permisible en el modelo es de 0.051, es decir, 5.1%.

Para los modelos de los datos teóricos se tienen coeficientes de correlación entre 0.92 y 1.00. Lo cual implica coeficientes de determinación entre 0.83 y 1.00; todos los valores F son superiores a 40 y la significancia de los interceptos, modelos y variable en todos los casos tienen un nivel de error inferior al 0.001 es decir son inferiores a un error en cada 1000.

Por lo anterior puede identificarse que los modelos proveen información, a través de los coeficientes respectivos del promedio diario de energía captada en vatios por día para cada superficie en cada uno de los componentes de coseno y de seno, así, con los anteriores coeficientes es posible disponer de la información requerida para proponer el modelo de optimización.

Es de anotar que para obtener el valor promedio del aporte por la unidad de área para la base y las superficies se procede como se describe a continuación: a cada una de las superficies se le identifica el área proyectada en el componente coseno y seno respecto a una línea paralela a la superficie terrestre; después se toman cada uno los coeficientes calculados, según corresponda a los datos experimentales con los datos teóricos del aporte total del intercepto; luego, para cada superficie se divide el coeficiente del intercepto del modelo entre el área reflectada; finalmente se toma el promedio de cada uno de estos valores como el aporte promedio para cada superficie y según los datos tomados. Lo anterior se describe en la Tabla 12.

Tabla 12. Aporte promedio para cada superficie.

Área	Área, cm <sup>2</sup>	Intercepto, datos teóricos (kW/díacm <sup>2</sup> ),	Intercepto, datos medidos (kW/díacm <sup>2</sup> ),	Aporte promedio teórico (kW/díacm <sup>2</sup> ),	Aporte promedio medido (kW/díacm <sup>2</sup> ),	Aporte promedio teórico usado (kW/díacm <sup>2</sup> ),	Aporte promedio medido usado (kW/díacm <sup>2</sup> ),
Coseno Superficie I	1.266	3,384	4,64	0,00267	0,00367	0,0028	0,0034
Coseno Superficie II	1.266	3,876	3,80	0,00306	0,00300		
Coseno Superficie III	1.266	3,222	4,98	0,00254	0,00393		
Coseno Superficie IV	1.266	3,859	3,82	0,00305	0,00302		
Seno Superficie I	111	3,906	3,74	0,03519	0,03372	0,0032	0,0038
Seno Superficie II	111	3,318	4,75	0,02989	0,04277		
Seno Superficie III	111	3,878	3,78	0,03494	0,03409		
Seno Superficie IV	111	3,324	4,74	0,02995	0,04273		

Fuente: el Autor.

De la Tabla 12 se obtienen los coeficientes distintos para el aporte promedio teórico o medido según se haga referencia a la proyección de superficie coseno o de la superficie seno.

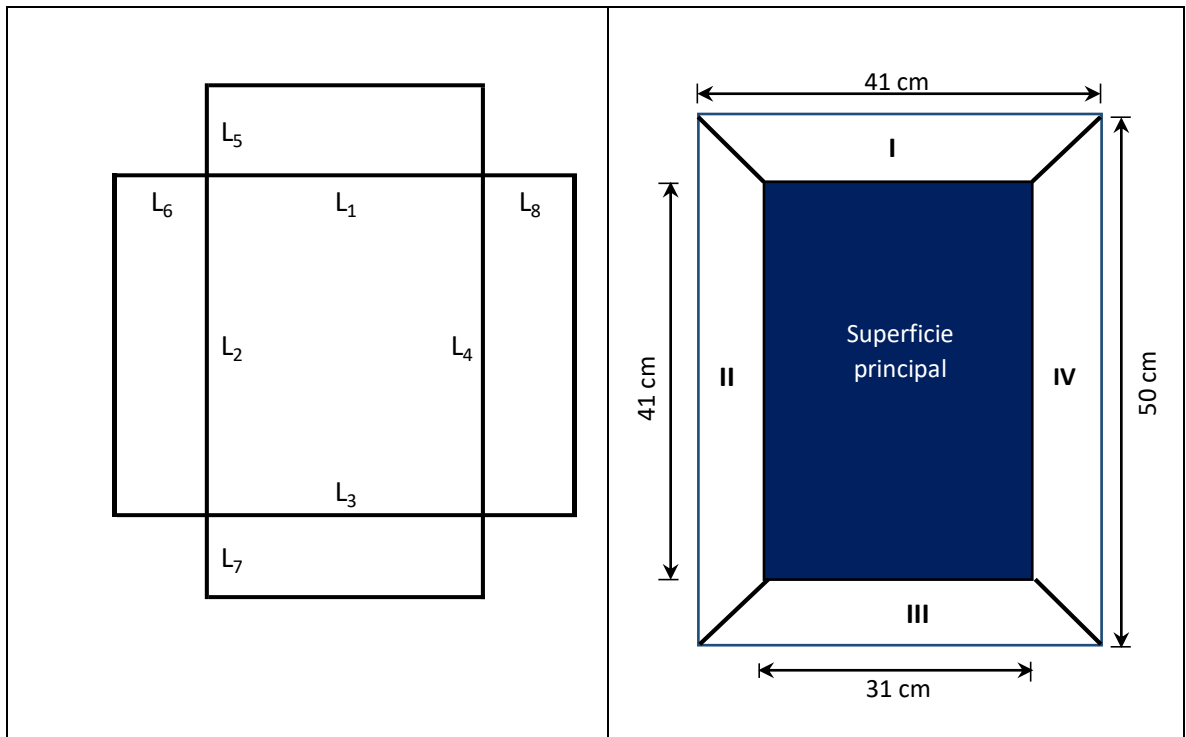
Con lo anterior se propone un modelo matemático lineal que optimice la mejor combinación de los parámetros que conforman el sistema de concentración en V para tomar la mayor concentración solar en el sistema. Para su formulación se utiliza:

- El diseño estructural de los espejos: forma cuadrada, espejos rectangulares, ángulo de inclinación de los espejos, áreas de cada espejo y de la base.
- Los datos obtenidos de la fase experimental y teoría de la reflexión de los espejos.
- Los coeficientes de las regresiones lineales obtenidas con los datos medidos y teóricos asociados a las características de diseño.
- La significancia estadística de los coeficientes.
- Un conjunto de supuestos respecto al rango y utilidad del sistema espejos.

El programa de optimización contiene: una función objetivo, un conjunto de variables cambiantes, un conjunto de restricciones que vinculan la función objetivo con las variables cambiantes, supuestos sobre las características y formas de las variables a optimizar. Una vez formulado se selecciona el algoritmo de solución o búsqueda de los valores de las variables a optimizar. En este caso, la función objetivo implica maximizar el promedio total de energía capturado por el sistema de concentración en V. Dado que este sistema depende de los ángulos, y áreas del sistema de recolección de radiación solar, entonces se formula como sigue:

El sistema propuesto puede tomar diferentes valores para sus parámetros como se ilustra en la siguiente figura:

Figura 22. Sistema de variables



Dónde:

$L_1$  = base menor de la superficie I

$L_2$  = base menor de la superficie II

$L_3$  = base menor de la superficie III

$L_4$  = base menor de la superficie IV

$L_5$  = ancho de la superficie I

$L_6$  = ancho de la superficie II

$L_7$  = ancho de la superficie III

$L_8$  = ancho de la superficie IV

Los datos se obtienen con un rectángulo, y suponiendo esta forma tanto para la base como para sus espejos, se tiene que  $L_3 = L_1$  y que  $L_4 = L_2$ , por lo tanto:

$L_1 L_2$  = área total de la base

$L_1 L_5$  = área total de la superficie I

$L_2 L_6$  = área total de la superficie II

$L_3 L_7 = L_1 L_7$  = área total de la superficie III

$L_4 L_8 = L_2 L_8$  = área total de la superficie IV

Cada superficie puede tener una inclinación diferente, entonces, la cantidad de área proyectada en los componentes coseno (C) y seno (S) son respectivamente y según el ángulo:

$C_0$  y  $S_0$  = Coseno y seno de la base del sistema respecto al plano terrestre

$C_1$  y  $S_1$  = Coseno y seno de la superficie I respecto al plano terrestre

$C_2$  y  $S_2$  = Coseno y seno de la superficie II respecto al azimut de medición

$C_3$  y  $S_3$  = Coseno y seno de la superficie III respecto al plano terrestre

$C_4$  y  $S_4$  = Coseno y seno de la superficie IV respecto al azimut de medición

Así por lo tanto las superficies reflectadas respectivamente son:

$L_1 L_2 C_0$  = área total de la base del sistema respecto al plano terrestre

$L_1 L_2 S_0$  = área total de la base del sistema perpendicular al plano terrestre

$L_1 L_5 C_1$  = área total de la superficie I respecto al plano terrestre

$L_1 L_5 S_1$  = área total de la superficie I respecto al azimut

$L_2 L_6 C_2$  = área total de la superficie II respecto al azimut

$L_2 L_6 S_2$  = área total de la superficie II respecto al plano terrestre

$L_3 L_7 = L_1 L_7$  = área total de la superficie III respecto al plano terrestre

$L_3 L_7 = L_1 L_7$  = área total de la superficie III respecto al azimut

$L_4 L_8 = L_2 L_8$  = área total de la superficie IV respecto al azimut

$L_4 L_8 = L_2 L_8$  = área total de la superficie IV respecto al plano terrestre

El área total del sistema (AT) es:

$$AT = L_1L_2 + L_1L_5 + L_2L_6 + L_3L_7 + L_4L_8 \quad \text{Ecuación 26.}$$

El área reflectada o de convergencia (AR) es:

$$AR = L_1L_5 + L_2L_6 + L_3L_7 + L_4L_8 \quad \text{Ecuación 27.}$$

Así por lo tanto los componentes del área reflectada (AR) de las áreas son:

$L_1 L_2 C_0$  = área total de la base del sistema respecto al plano terrestre

$L_1 L_2 S_0$  = área total de la base del sistema respecto al azimut

$L_1 L_5 C_1$  = área total de la superficie I respecto al plano terrestre

$L_1 L_5 S_1$  = área total de la superficie I respecto al azimut

$L_2 L_6 C_2$  = área total de la superficie II respecto al azimut

$L_2 L_6 S_2$  = área total de la superficie II respecto al plano terrestre

$L_3 L_7 = L_1 L_7$  = área total de la superficie III respecto al plano terrestre

$L_3 L_7 = L_1 L_7$  = área total de la superficie III respecto al azimut

$L_4 L_8 = L_2 L_8$  = área total de la superficie IV respecto al azimut

$L_4 L_8 = L_2 L_8$  = área total de la superficie IV respecto al plano terrestre

Por lo tanto, el aporte energético (E) de cada superficie respecto a la medición será:

$\beta_{Ex0} L_1 L_2 C_0$  = energía aportada por la base del sistema respecto al plano terrestre

$\beta_{Ex0} L_1 L_2 S_0$  = energía aportada por la base del sistema respecto al azimut

$\beta_{Ex1} L_1 L_5 C_1$  = energía aportada por la superficie I respecto al plano terrestre

$\beta_{Ex5} L_1 L_5 S_1$  = energía aportada por la superficie I respecto al azimut

$\beta_{Ex2} L_2 L_6 C_2$  = energía aportada por la superficie II respecto al azimut

$\beta_{Ex6} L_2 L_6 S_2$  = energía aportada por la superficie II respecto al plano terrestre

$\beta_{Ex3} L_3 L_7 = \beta_{Ex3} L_1 L_7$  = energía aportada por la superficie III respecto al plano terrestre

$\beta_{Ex7} L_3 L_7 = \beta_{Ex7} L_1 L_7$  = energía aportada por la superficie III respecto al azimut

$\beta_{Ex4} L_4 L_8 = \beta_{Ex4} L_2 L_8$  = energía aportada por la superficie IV respecto al azimut

$\beta_{Ex8} L_4 L_8 = \beta_{Ex8} L_2 L_8$ : energía aportada por la superficie IV respecto al plano terrestre

De allí se formula el siguiente modelo para los valores medidos experimentalmente:

$$E = \beta_{Ex0} L_1 L_2 C_0 + \beta_{Ex1} L_1 L_5 C_1 + \beta_{Ex2} L_2 L_6 C_2 + \beta_{Ex3} L_1 L_7 C_3 + \beta_{Ex4} L_2 L_8 C_4 + \beta_{Ex0} L_1 L_2 S_0 \\ + \beta_{Ex5} L_1 L_5 S_1 + \beta_{Ex6} L_2 L_6 S_2 + \beta_{Ex7} L_1 L_7 S_3 + \beta_{Ex8} L_2 L_8 S_4$$

**Ecuación 28.**

Sujeto a las siguientes restricciones:

- Las variables cambiantes son:

$$L_1, L_2, C_0, L_5, C_1, L_6, C_2, L_7, C_3, L_8, C_4, S_0, S_1, S_2, S_3, S_4$$

- El área del sistema de convergencia (AR) es variable

$$AR = L_1 L_5 + L_2 L_6 + L_1 L_7 + L_2 L_8$$

- El área total del sistema (AT) es variable:

$$AT = L_1 L_2 + L_1 L_5 + L_2 L_6 + L_1 L_7 + L_2 L_8$$

- El área total (AT) está dentro de unos límites inferior, F, y superior U.

$$AT_F \leq AT \leq AT_U$$

- El área del sistema de convergencia (AR) con límite inferior, F, y superior, U.

$$AR_F \leq AR \leq AR_U$$

- La relación entre el área del sistema (AR) y del área total (AT) está dentro de un rango

$$\frac{AR}{AT_F} \leq \frac{AR}{AT} \leq \frac{AR}{AT_U}$$

- Cada uno de los lados puede estar dentro de unos valores inferior, F, y superior, U.

$$L_{iF} \leq L_i \leq L_{iU}$$

- Cada uno de los ángulos puede están entre unos valores inferior, F, y superior, U.

$$\theta_{iF} \leq \theta_i \leq \theta_{iU}$$



- O su equivalente de coseno

$$C_{iF} \leq C_i \leq C_{iU}$$

Supone que:

- El lado 1 mide lo mismo que el lado 3:  $L_1 = L_3$
- El lado 2 mide lo mismo que el lado 4:  $L_2 = L_4$
- Los cosenos y senos se sujetan al teorema de Pitágoras y son dependientes

$$1_i^2 = C_i^2 + S_i^2$$

- Al conocer el ángulo se conocen seno y coseno
- Las variables toman valores no negativos  $L_1, L_2, C_0, L_5, C_1, L_6, C_2, L_7, C_3, L_8, C_4 > 0$

El modelo con los datos teóricos será lo mismo que el experimental excepto por los coeficientes de la función objetivo, quedaría como:

$$\begin{aligned} E = & 0,00028L_1L_2C_0 + 0,00125L_1L_5C_1 - 0,00066L_2L_6C_2 \\ & + 0,00163L_7C_3 - 0,00061L_2L_8C_4 \\ & + 0,03248L_1L_2S_0 - 0,00089L_1L_5S_1 + 0,00110L_2L_6S_2 \\ & + 0,00098L_1L_7S_3 - 0,00108L_2L_8S_4 \end{aligned}$$

De forma específica el modelo para los datos experimentales obtenido es el siguiente:

$$\begin{aligned} E = & 0,00340L_1L_2C_0 - 0,00210L_1L_5C_1 + 0,00120L_2L_6C_2 - 0,00296L_1L_7C_3 \\ & + 0,00113L_2L_8C_4 + 0,00038L_1L_2S_0 + 0,00162L_1L_5S_1 \\ & - 0,00183L_2L_6S_2 - 0,00184L_1L_7S_3 + 0,00181L_2L_8S_4 \end{aligned}$$

Sujeto a las restricciones, mencionadas anteriormente.

Con lo anterior entonces se dispone de la información respecto al desempeño teórico dentro de las condiciones óptimas del modelo basado en los datos experimentales. Por lo tanto, se pueden obtener diferentes configuraciones y una

estimación teórica y otra basada en las condiciones experimentales, además se pueden proponer modelos diferentes y óptimos adaptables a diferentes circunstancias. En la Tabla 13, se muestran los datos obtenidos en la aplicación del modelo con diferentes ángulos.

Tabla 13. Aplicación del modelo obtenido para el prototipo.

Nombre variable	Base				
	B`0	B`15	B`30	B`45	B`60
Lado 1	31	31	31	31	31
Lado 2	41	41	41	41	41
Lado 5	10	10	10	10	10
Lado 6	10	10	10	10	10
Lado 7	10	10	10	10	10
Lado 8	10	10	10	10	10
C1	1,000	0,940	0,819	0,643	0,423
C2	1,000	0,342	0,574	0,766	0,906
C3	0,985	0,985	0,906	0,766	0,574
C4	1,000	0,342	0,574	0,766	0,906
Ángulo (°) I	-	20	35	50	65
Ángulo (°) II	-	70	55	40	25
Ángulo (°) III	10	-10	-25	-40	-55
Ángulo (°) IV	-	-70	-55	-40	-25
Área de Base	1.271	1271	1271	1271	1271
Área Superficie I	310	310	310	310	310
Área Superficie II	410	410	410	410	410
Área Superficie III	310	310	310	310	310
Área Superficie IV	410	410	410	410	410
Área Total	2.711	2711	2711	2711	2711
Área Proyectada	1.440	1440	1440	1440	1440
Estimación Medido	3,778	1,952	2,764	3,679	4,634
Estimación Teórico	3,904	4,975	4,518	3,998	3,451
Dif Estimación teórica y medida	-0,13	-3,02	-1,75	-0,32	1,20
Dif Estimación teórica y medida %	-3,22	-60,75	-38,82	-7,99	34,69

Fuente: el Autor.

La Tabla 13 contiene una primera columna con las características medidas para cada uno de los modelos originales, así cada una de las columnas contiene los

datos que representan la situación con un ángulo de inclinación de 15°, 30°, 45° y 60°, así como los datos del modelo sin inclinación. En el conjunto de datos se observa una diferencia promedio del -16% entre la estimación del dato experimental y el dato teórico es decir usando el pronóstico de la cantidad efectiva de radiación que puede obtener el sistema de convergencia correspondiente a un 16% menor a lo que en realidad sucede.

Tales valores fluctúan entre el -49% y el 6%. Si bien algunos valores difieren sustancialmente respecto a la media permiten tener una estimación de cuál será el desempeño sistemático de las condiciones adaptables al sistema en la ciudad de Bogotá. De otro lado la diferencia entre los valores teóricos y los cálculos estimados están circundantes del 10%, esto significa que los valores teóricos sobrestiman la radiación que capta el sistema en un promedio del 10% con valores entre 30.56% y el -3.34%.

De otro lado, la siguiente Tabla 14 contiene las medidas para cada uno de los modelos propuestos con un área total previamente definida en centímetros cuadrados: 3600; 2500; 1600; 600; 200 y 60 incluyendo el sistema de convergencia y el área de la base. Cada uno de estos datos corresponde a la estimación para distintos sistemas basada en los registros del método de regresión y el modelo de optimización.

Tabla 14. Aplicación del modelo obtenido para paneles con áreas diferentes.

Nombre variable	Área Máxima, cm <sup>2</sup>					
	3600	2500	1600	600	200	60
Lado 1	45	35	27	8	5	2
Lado 2	38	56	26	25	13	12
Lado 5	26	16	1	12	2	2
Lado 6	3	0	1	5	3	2
Lado 7	10	0	31	9	8	3
Lado 8	4	0	1	3	3	1
C1	0,015	0,422	0,331	0,055	0,044	0,020

Tabla 14. Aplicación del modelo obtenido para paneles con áreas diferentes.

Nombre variable	Área Máxima, cm <sup>2</sup>					
	3600	2500	1600	600	200	60
C2	0,937	0,686	0,846	0,144	0,146	0,014
C3	0,210	0,001	0,348	0,126	0,299	0,015
C4	0,962	0,619	0,674	0,143	0,797	0,020
Ángulo (°) I	89	65	71	87	87	89
Ángulo (°) II	21	47	32	82	82	89
Ángulo (°) III	-78	-90	-70	-83	-73	-89
Ángulo (°) IV	-16	-52	-48	-82	-37	-89
Área de Base	1.724	1.934	704	210	67	22,73
Área Superficie I	1.181	557	14	103	10	4,05
Área Superficie II	101	0	18	136	42	19,77
Área Superficie III	451	0	838	78	39	5,00
Área Superficie IV	143	0	25	72	41	8,16
Área Total	3.600	2.492	1.600	599	199	59,71
Área Proyectada	1.876	557	895	389	132	36,98
Estimación Medido	8,36	6,85	2,96	0,64	0,20	0,04
Estimación Teórico	3,49	5,31	1,70	0,66	0,21	0,09
Dif Estimación teórica y medida	4,87	1,55	1,26	-0,02	-0,01	-0,04
Dif Estimación teórica y medida %	139,50	29,14	74,07	-2,60	-6,70	-51,93

Fuente: el Autor.

De esta tabla se obtienen una estimación de cada uno de los parámetros del sistema y el dispositivo de base; cabe anotar que también podría tomarse un sistema de base previamente definido y a partir de este calcular sujeto a restricciones, el diseño óptimo del sistema. En esta misma tabla se encuentra la medida de cada longitud del sistema, de cada uno de los elementos de la base y los ángulos a los que debería estar cada uno de los espejos del sistema, también proveen una estimación y rango de medidas entre el desempeño experimental de las superficies y el desempeño estimado a partir de los datos teóricos.

## 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El sistema de concentración en V, presenta mayores áreas de reflexión incidente sobre la superficie base cuando las superficies reflectoras I y III se encuentran a un ángulo de inclinación de  $60^\circ$ .

Experimentalmente se obtuvo un promedio  $4.4 \text{ kWh/m}^2$ , y teóricamente de  $3,45 \text{ kWh/m}^2$ , lo cual indica que experimentalmente aporta un 27% de ganancia solar.

El modelo experimental muestra que bajo las mismas condiciones provee una ganancia solar de  $4,634 \text{ kWh/m}^2$ , que es superior 20% a lo obtenido experimentalmente.

Los resultados demuestran que la ganancia solar depende del ángulo inclinación del sistema, las áreas de reflexión involucradas en la superficie plana, el ángulo de incidencia solar.

El modelo matemático experimental sirve como herramienta para la toma de decisiones en el diseño y construcción de dispositivos solares acoplados a sistemas de concentración en V en la ciudad de Bogotá.

La captación solar se incrementa por medio de la reflexión que provee el sistema de concentración en V y mejora el aprovechamiento de la radiación solar en la ciudad de Bogotá.

Se recomienda seguir con las investigaciones sobre el tema, teniendo en cuenta que la captación de radiación solar de un panel solar puede incrementarse al ser acoplado a un sistema de concentración en V.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alchapar, N. et al. Solar Reflectance Index of Facade Coatings: Mitigation Potential of Urban Heat Islands. jul./set. 2012. En: Ambiente Construido, Porto Alegre, v. 12, n. 3, p. 107-123.
- Banks, H. T. Shuhua Hu, W. Clayton Thompson-Modeling and Inverse Problems in the Presence of Uncertainty. Monographs and Research Notes in Mathematics - Chapman and Hall\_CRC (2014).
- Bione J. et al (2004). Comparison of the performance of PV water pumping systems driven by fixed, tracking and V-trough generators. Solar Energy 76 (2004) 703–711.
- Canavos-Probabilidad y Estadística - Aplicaciones y Metodos (Spanish Edition)-McGraw-Hill Companies (1994).pdf
- Chechurin, V. L., Korovkin, N. V. y Hayakaw, M. a (auth.)-Inverse Problems in Electric Circuits and Electromagnetics. Mathematical and Analytical Techniques with Applications to Engineering-Springer US.
- Chong K.K. et al. (2012). Study of a solar water heater using stationary V-trough collector. Renewable Energy 39 (2012) 207-215.
- Colectores solares. Centro Uruguayo de tecnologías apropiadas (CEUTA). Montevideo Uruguay.
- Colombia, Congreso de la república. Ley 51 de 1989 (24, octubre, 1989). Por la cual se crea la Comisión Nacional de Energía y se dictan otras disposiciones. Diario oficial. Año CXXVI. N. 39038. 25, OCTUBRE, 1989. Pág. 1.
- Colombia, Congreso de la república. Ley 99 de 1993 (22, diciembre, 1993). por la cual se crea el Ministerio del Medio Ambiente, se reordena el Sector Público encargado de la gestión y conservación del medio ambiente y los recursos naturales renovables, se organiza el Sistema Nacional Ambiental, SINA, y se dictan otras disposiciones. Diario oficial. Año CXXIX. N. 41146. 22, DICIEMBRE, 1993. Pág. 1.
- Colombia, Congreso de la república. Ley 629 de 2000 (27, diciembre, 2000). por medio de la cual se aprueba el "Protocolo de Kyoto de la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático", hecho en Kyoto el 11 de diciembre de 1997. Diario oficial. Año CXXXVI. N. 44272. 27, DICIEMBRE, 2000. Pág. 85.
- Colombia, Congreso de la república. Ley 697 de 2001 (3, octubre, 2001). Mediante la cual se fomenta el uso racional y eficiente de la energía, se promueve la utilización de energías alternativas y se dictan otras disposiciones. Diario oficial. Año CXXXVII. N. 44573. 5, OCTUBRE, 2001. Pág. 1.
- Colombia, Congreso de la república. Ley 1715 de 2014 (13, mayo, 2014). Por medio de la cual se regula la integración de las energías renovables no convencionales al sistema energético nacional. Diario Oficial No. 49.150 de 13 de mayo de 2014. Pág. 1.
- Colombia, Ministerio de minas y energía. Decreto 3683 de 2003. (19, diciembre, 2003). Por el cual se reglamenta la Ley 697 de 2001 y se crea una Comisión Intersectorial. Diario oficial. Año CXXXIX. N. 45409, 22 DICIEMBRE 2003. Pág. 27.
- Colombia, Ministerio de Minas y Energía. Atlas de radiación solar de Colombia. 2005.

- Consortio energético Corpoema. Formulación de un plan de desarrollo para las fuentes no convencionales de energía en Colombia (PDFNCE). Bogotá, septiembre 06 de 2010.
- Duffie, J. & Beckmann, W. Solar Engineering and thermal process. 1991. John Wiley & Sons.
- Echazú, R. Cadena, C. y Saravia, L. Estudio de materiales reflectivos para concentradores solares. INENCO, Universidad Nacional de Salta. Buenos Aires 177 - 4400 Salta, República Argentina.
- Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman (late)-Introduction to Operations Research-McGraw-Hill Education (2015).pdf
- Fuentes, F., Víctor Armando. Control solar en la Arquitectura, en Introducción a la arquitectura bioclimática. Editorial Limusa. UAM-Azc. México 2001.
- Fuentes, V. Geometría Solar. [en línea]. México D.F. Sin fecha. [Con acceso 23 de febrero 2015] p 56. Disponible en: [https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Faq-bioclimatica.com%2Findex.php%3Foption%3Dcom\\_phocadownload%26view%3Dcategory%26id%3D1%3Aclima-cursos%26download%3D13%3Ageosol%26Itemid%3D1&ei=T\\_TtVP\\_LDofSgwThk4NI&usq=AFQjCNH7A2BhipMOjtJsB8l2bHdxFPfJ9Q&sig2=-\\_dwIMMXqu7H4svF\\_pdOFg&bvm=bv.86956481,d.eXY](https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Faq-bioclimatica.com%2Findex.php%3Foption%3Dcom_phocadownload%26view%3Dcategory%26id%3D1%3Aclima-cursos%26download%3D13%3Ageosol%26Itemid%3D1&ei=T_TtVP_LDofSgwThk4NI&usq=AFQjCNH7A2BhipMOjtJsB8l2bHdxFPfJ9Q&sig2=-_dwIMMXqu7H4svF_pdOFg&bvm=bv.86956481,d.eXY)
- Gardey, M. Introducción a la geometría solar. [en línea]. Mendoza (Argentina). Universidad Tecnológica Nacional. Sin fecha. [con acceso 14 mayo 2014]. p.27. Disponible en: <http://www.imd.uncu.edu.ar/upload/introduccion-a-la-geometria-solar.pdf>
- Graham M. L. Gladwell, Antonino Morassi. Dynamical Inverse Problems. Theory and Application. CISM International Centre for Mechanical Sciences.pdf
- Hemmel J., Equation and Time En: Dampkring Vol. 68, No. 2 p. 21-27
- Hongfei Zheng et al. (2012) Experimental test of a novel multi-surface trough solar concentrator for air heating. Energy Conversion and Management 63 (2012) 123–129.
- IDEAM - Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales.
- Kerchak. Portal digital de ciencia, salud y tecnología. Paneles solares más baratos y más eficaces. [en línea]. 2012. [con acceso 13 de febrero 2015]. Disponible en HTML en: <http://kerchak.com/paneles-solares-baratos-y-mas-eficaces/>
- Lekner, Jhon. (1987). Theory of Reflection of electromagnetic and particle waves. Springer ISBN 9789024734184.
- Llorente, J. y Vazquez, A.J. Solar hardening of steels with a new small scale solar concentrator Materials Chemistry and Physics 118 (2009) 86–92.
- Luenberger, David G. Yinyu Ye (auth.). Linear and Nonlinear Programming (International Series in Operations Research & Management Science 228. Springer International Publishing (2016).
- Masato Morimoto y Toshiro Maruyama. Static solar concentrator with vertical flat plate photovoltaic cells and switchable white/transparent bottom plate. Solar Energy Materials & Solar Cells 87 (2005) 299–309.
- Matousek Jiri, Gärtner Bernd. Understanding and Using Linear Programming. Universitext. Springer (2006).
- Nazmi Sellami, et al. Optical characterization of 3-D static solar concentrator. Energy Conversion and Management. Article in press (2012).

- Perpiñan, Oscar. Energía Solar Fotovoltaica. Madrid. 2012. p.7. Publicado por Wordpress. Disponible en: [http://api.eoi.es/api\\_v1\\_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf](http://api.eoi.es/api_v1_dev.php/fedora/asset/eoi:56112/componente56109.pdf)
- Runsheng Tang y Xinyue Liu. (2011). Optical performance and design optimization of V-trough concentrators for photovoltaic applications. *Solar Energy* 85 (2011) 2154–2166.
- Saffa Riffat y Abdulkarim Mayere. (2013). Performance evaluation of v-trough solar concentrator for water desalination applications. *Applied Thermal Engineering* 50 (2013) 234-244.
- Sangani C.S. y Solanki C.S. (2007) Experimental evaluation of V-trough (2 suns) PV concentrator system using commercial PV modules. *Solar Energy Materials& Solar Cells* 91 (2007) 453–459.
- Simbaqueva, R. Modelo de estudio de la radiación solar, para diseño de sistemas de generación de energía solar fotovoltaica. 2009. Tesis de grado Ingeniería Electrónica. Bogotá. Universidad de la Salle. p. 16.
- Solanki C.S. et, al (2008). Enhanced heat dissipation of V-trough PV modules for better performance. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 92 (2008) 1634–1638.
- Solarworld. Reflectivity of Sola World Sunmodule plus photovoltaic modules. Technical Bulletin. 2010. SW-02-5166US-1006. p.1. Disponible en: <http://www.solarworld-usa.com/~media/www/files/technical-bulletins/reflectivity-of-solarworld-solar-panels.pdf>
- Timinger, A. et al, Optimized secondary concentrators for a partitioned central receiver system. *Solar Energy* Vol. 69, No. 2, pp. 153–162, 2000.
- Tina G. M. y Scandura P.F. (2012). Case study of a grid connected with a battery photovoltaic system: V-trough concentration vs. single-axis tracking. *Energy Conversion and Management* xxx (2012) xxx–xxx.
- Udelar. Geometría solar y disponibilidad energética. [En línea]. Montevideo. (Uruguay). 2013. [Con acceso 22 de febrero 2015]. Disponible en: [https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/69817/mod\\_folder/content/0/Te%C3%B3rico/SOLAR.pdf?forcedownload=1](https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/69817/mod_folder/content/0/Te%C3%B3rico/SOLAR.pdf?forcedownload=1)
- Universidad de Valladolid. Radicación Solar. [en línea]. Guía Docente. 2014. [con acceso 14 abril 2014]. p. 19. Disponible en: [https://alojamientos.uva.es/guia\\_docente/uploads/2012/469/45764/1/Documento6](https://alojamientos.uva.es/guia_docente/uploads/2012/469/45764/1/Documento6)
- UPME. Unidad de planeación Minero Energética. Atlas de Radiación Solar de Colombia. 2006. Apéndice A, B y C.
- Yu. P. Rylov. Elastically Deformed Thin-Walled Solar Energy Concentrators. *Technical Physics*, Vol. 48, No. 11, 2003, pp. 1480–1485. Translated from *Zhurnal Tekhnicheskoy i Fiziki*, Vol. 73, No. 11, 2003, pp. 123–129.